

LECCIONES INAUGURALES
DE LA UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Curso Académico 2017-2018

M^{ra} MERCEDES VALERA CORDORA

La mejora genética equina en la era de las ómicas: una historia compartida

Curso Académico 2016-2017

CONCEPCION FERNANDEZ MARTINEZ

Entre la literatura y la vida: el elogio fúnebre a la mujer romana

Curso Académico 2015-2016

ROSARIO FERNANDEZ FERNANDEZ

Cuando las moléculas se miran al espejo. Orígenes y consecuencias de la asimetría en el Universo

Curso Académico 2014-2015

MIGUEL TORO BONILLA

La informática: una ingeniería joven muy importante

Curso Académico 2013-2014

ÁNGEL M. LÓPEZ Y LÓPEZ

La autonomía universitaria

Curso Académico 2012-2013

PILAR LEÓN-CASTRO ALONSO

Ideales y actitudes para la Universidad de hoy

Curso Académico 2011-2012

JESÚS PALACIOS GONZÁLEZ

Paradojas del desarrollo humano

Curso Académico 2010-2011

ERNESTO CARMONA GUZMÁN

Viaje a los confines de la tabla periódica. Átomos ligeros, átomos pesados y energía nuclear

Curso Académico 2009-2010

MANUEL ÁNGEL VAZQUEZ MEDIEL

La universidad del siglo XXI en la sociedad de la comunicación y del conocimiento

Curso Académico 2008-2009

BENITO VALDÉS CASTRILLÓN

Concepto de Botánica. Consideraciones sobre los reinos

Curso Académico 2007-2008

MANUEL ZAMORA CARRANZA

Las motivaciones de la investigación científica

Catálogo completo de nuestras publicaciones
en la página web
<<http://www.editorial.us.es>>



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

AMPARO MARÍA MÁRMOL CONDE

COMPETENCIA Y COOPERACIÓN.
PROBLEMAS CLÁSICOS
DE LA TEORÍA DE JUEGOS

Lección Inaugural leída en la Solemne Apertura
del Curso Académico 2018-2019
en la Universidad de Sevilla



AMPARO MARÍA MÁRMOL CONDE

Licenciada en Ciencias Matemáticas, especialidad en Estadística e Investigación Operativa en la Universidad de Sevilla (1986). Doctora en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla (1994). Catedrática del Área de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa desde 2009. Desarrolla su labor docente e investigadora en el Departamento de Economía Aplicada III de la Universidad de Sevilla y en el Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (IMUS).

Su investigación se desarrolla principalmente en el área de la Decisión Colectiva y la Teoría de Juegos, con especial atención a sus aplicaciones en el ámbito de la Economía y la Empresa. Es autora de más de 60 publicaciones científicas en este campo.

Desde 2003 dirige un equipo de investigación constituido por matemáticos y economistas que ha desarrollado distintos proyectos financiados en convocatorias públicas, nacionales y autonómicas. Parte de los resultados de estos proyectos han constituido las Tesis Doctorales de cinco investigadores. Actualmente es la directora del proyecto del Plan Nacional I+D+i titulado *Competencia y Cooperación en la Economía y las Ciencias Sociales*.

Ha sido profesora visitante en las Universidades de Southampton (Reino Unido) en 2001, de Tilburg (Países Bajos) en 2007, de Rochester (USA) en 2007 y de Manchester (Reino Unido) en 2009-2010, e impartido conferencias en múltiples Congresos Nacionales e Internacionales. En la Universidad de Sevilla ha organizado distintas jornadas científicas, seminarios y cursos de doctorado de carácter internacional relacionados con su línea de investigación. En la actualidad desarrolla también tareas de gestión como Directora del Departamento de Economía Aplicada III y como miembro de la Comisión de Investigación de la Universidad de Sevilla.

COMPETENCIA Y COOPERACIÓN.
PROBLEMAS CLÁSICOS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

AMPARO MARÍA MÁRMOL CONDE
Catedrática de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

COMPETENCIA Y COOPERACIÓN. PROBLEMAS CLÁSICOS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

Lección Inaugural leída en la Solemne Apertura
del Curso Académico 2018-2019
en la Universidad de Sevilla



Sevilla 2018

Colección Textos Institucionales

Núm.: 00

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de este libro puede reproducirse o transmitirse por ningún procedimiento electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética o cualquier almacenamiento de información y sistema de recuperación, sin permiso escrito de la Editorial Universidad de Sevilla.



© EDITORIAL UNIVERSIDAD DE SEVILLA 2018

C/ Porvenir, 27 - 41013 Sevilla

Tfños.: 954 487 447; 954 487 451; Fax: 954 487 443

Correo electrónico: eus4@us.es

Web: <<http://www.editorial.us.es>>

© AMPARO MARÍA MÁRMOL CONDE 2018

Impreso en papel ecológico

Impreso en España-Printed in Spain

ISBN: 978-84-472-0000-0

Depósito Legal: SE-0000-2018

Imprime: Dosgraphic, s. L.

ÍNDICE

La Teoría de Juegos en la Economía.....	14
Racionalidad individual y equilibrio	29
El dilema del prisionero	31
Las actitudes de la Unión Europea y del Reino Unido ante el Brexit.....	35
Negociación y axiomas para el acuerdo.....	40
La negociación empresa-sindicato	46
El poder de las coaliciones	49
El juego del guante.....	50
Fuentes y referencias.....	58

*Sr. Rector Magnífico de la Universidad de Sevilla,
Autoridades,
Claustro de Profesorado,
Personal de Administración y Servicios,
Alumnado,
Señoras y Señores:*

Es un honor para mí tener la oportunidad de hacer visible ante la comunidad universitaria la parcela del conocimiento a la que dedico principalmente mi labor investigadora: la Teoría de Juegos. Confieso que jamás me imaginé en estas circunstancias, pero agradezco enormemente a nuestro Rector, el Profesor D. Miguel Ángel Castro, el haberme designado para impartir la Lección Inaugural del curso que comienza y asumo con entusiasmo la responsabilidad de ofrecer aquí una visión comprensible de cómo los avances en esta área pueden influir en el conocimiento científico global.

La Teoría de Juegos está a caballo entre la Matemática y la Economía, al menos en sus orígenes, pues ahora son muchas las disciplinas con las que interactúa. Partiendo del formalismo de la Matemática, con la seguridad que proporcionan los modelos y los resultados de esta, la Teoría de Juegos se adentra en la complejidad de las interacciones económicas y sociales con el afán de explicar cuestiones que a menudo son difíciles de explicar.

Mi especialización científica también tiene su origen en la Matemática y ha evolucionado en el seno de esta institución, la Universidad de Sevilla, hacia su aplicación en el ámbito de la Economía.

En esta lección voy a trazar unas pinceladas sobre lo que estudia la Teoría de Juegos y voy a referirme a algunos de los problemas clásicos que son representativos de las cuestiones fundamentales que pueden abordarse desde la óptica de esta disciplina: la competencia y la cooperación. Intentaré ofrecer una disertación amena para todos y espero despertar cierto interés científico en aquellos de ustedes menos familiarizados con esta disciplina. Incluso me hago la ilusión de que estas ideas puedan contribuir de alguna forma al avance en ciertos aspectos de las variadas disciplinas del saber que están representadas hoy en este paraninfo.

En un momento hablaré con más detalle de los personajes y de los pormenores de la Teoría de Juegos, pero permítanme que comience con la definición sencilla de esta materia que dio Robert Aumann. Aumann, uno de los grandes de la Teoría de Juegos, obtuvo el Premio en Ciencias Económicas en memoria de Alfred Nobel en 2005 (compartido con Thomas Schelling) por sus aportaciones a la comprensión de los conflictos y la cooperación por medio del análisis de la Teoría de Juegos. En una entrevista con Sergiu Hart, con motivo de la concesión del Nobel, a la pregunta de qué es la Teoría de Juegos, Aumann contesta:

Game theory is optimal decision making in the presence of others with different objectives.

[La teoría de juegos es la toma de decisiones óptima en presencia de otros con objetivos diferentes].

Robert Aumann (Hart, 2005).

Y añade que esta disciplina se ocupa de estudiar las interacciones desde un punto de vista racional. Una racionalidad que no es necesariamente consciente, pero que está presente en el trasfondo de las decisiones de los individuos. La cuestión central que se plantea es, por tanto, si es posible explicar o predecir el comportamiento de los agentes decisores en situaciones de interacción.

LA TEORÍA DE JUEGOS EN LA ECONOMÍA

Desde sus orígenes la Teoría de Juegos está ligada a las cuestiones que se plantean en el ámbito económico. Antes de la llamada revolución de la Teoría de Juegos en la década de los 70 del siglo XX, la mayoría de los estudios económicos se referían a dos clases de mercados, simples pero extremos.

Por una parte, muchos vendedores ofertando el mismo producto y muchos compradores, lo que en Economía se denomina *competencia perfecta*. Puede pensarse que el elevado número de agentes complica el análisis, pero en realidad lo hace mucho más sencillo. La razón es que cada ofertante es pequeño en relación al mercado y sus acciones no pueden afectar a los otros ofertantes de una manera apreciable. Entonces, cuando las empresas tienen que tomar sus decisiones no tienen que preocuparse por la reacción de sus competidores, no tienen que actuar estratégicamente, solo aceptar las condiciones del mercado. En estas circunstancias es relativamente sencillo predecir su comportamiento.

En el extremo opuesto de la competencia perfecta está el caso del *monopolio*, en el que solo hay un vendedor. El monopolista no tiene que preocuparse por ningún competidor y lo que enfrenta es un problema de optimización para maximizar su propio beneficio, sin tener que hacer consideraciones estratégicas. Una vez superada la dificultad de resolución del problema de maximización, predecir las acciones del monopolista es también relativamente sencillo para el economista.

El caso intermedio es mucho más complejo de analizar. En estas situaciones hay más de un vendedor, pero no tantos como para que la decisión de una de las empresas no afecte a las otras. Este es el terreno donde se muestra todo el potencial de la Teoría de Juegos para analizar las cuestiones relacionadas con la competencia y la posible cooperación entre los agentes que intervienen.

Piénsese, por ejemplo, en el sector de la telefonía móvil, donde un número de empresas compiten en el mercado. Cuando una de ellas saca una oferta, tiene que tener en cuenta el efecto que tendrá en las estrategias de las otras y las acciones de estas van a depender de lo que piensen que va a hacer la primera. Por tanto, las interacciones entre las empresas, que son los jugadores, son esenciales para entender los comportamientos de las operadoras en este sector. Es la interacción lo que hace el análisis complicado.

En situaciones de este tipo, aparte de la competencia, hay otras posibilidades de interacción. Por ejemplo, algunas empresas pueden cooperar buscando generar sinergias, operar conjuntamente estableciendo acuerdos vinculantes. Y de ser así, el problema que se plantea es el de repartir los beneficios de la cooperación.

Estos son ejemplos de los problemas de los que se ocupan las dos grandes ramas de la Teoría de Juegos: *la Teoría de Juegos no Cooperativos* y *la Teoría de Juegos Cooperativos*. La Teoría de Juegos no Cooperativos trata de las estrategias que adoptan los individuos racionales en un esfuerzo por alcanzar

sus propios objetivos. Cuando se habla de Teoría de Juegos de forma divulgativa, normalmente es a estos juegos a los que nos referimos, a los juegos de estrategia. El famoso dilema del prisionero, los juegos de suma nula, que son estrictamente competitivos, y los equilibrios son conceptos de la Teoría de Juegos no Cooperativos. No obstante, hay otra gran área de estudio en la Teoría de Juegos que son los modelos cooperativos. En estos modelos se hace abstracción de los posibles movimientos estratégicos de los jugadores. Se supone que los agentes pueden adoptar acuerdos vinculantes para implementar determinadas estrategias, quizás formar coaliciones y repartir los beneficios de la cooperación.

A continuación voy a realizar un breve recorrido por la evolución de esta disciplina con el foco en el papel que ha desempeñado en la Economía y centrándome en las figuras y resultados que considero más relevantes.

El desarrollo formal de la Teoría de Juegos comienza a mediados del siglo XX. No obstante, existen trabajos previos que pueden considerarse antecedentes de estas ideas. Uno de ellos es el trabajo del economista francés del siglo XIX Antoine Agustin Cournot (1801-1877). Cournot fue el primero en proponer la utilización de funciones matemáticas para describir magnitudes económicas tales como la demanda, la oferta o el precio. Su concepto de equilibrio en un mercado donde la competencia se establece en términos de cantidades (Cournot, 1838) no es más que un caso particular de lo que hoy se conoce como *equilibrio de Nash*.

Hay otros trabajos que pueden considerarse antecedentes desde el punto de vista matemático. Entre ellos destacan los resultados del matemático alemán Ernst Zermelo en 1913 sobre el carácter determinado del juego del ajedrez y los del matemático y político francés Émile Borel que, desde 1921, había hecho públicos varios trabajos sobre la *théorie du jeu* en los que usa el póquer como ejemplo de situaciones de interacción. Además, Borel ya reparó en las posibles aplicaciones económicas y militares de estas herramientas y, aunque no desarrolló demasiado estas cuestiones, sí se planteó las preguntas esenciales: para qué juegos existe una mejor estrategia y de qué manera encontrarlas.

Pero, sin duda alguna, el primer resultado importante de lo que actualmente se conoce como Teoría de Juegos es el *teorema minimax* de von Neumann en 1928. John von Neumann (1903-1957) era un matemático húngaro nacionalizado estadounidense que realizó importantes contribuciones en Física cuántica y en distintas ramas de la Matemática pura y aplicada. Desde muy joven era considerado un genio por la comunidad matemática de todo el mundo. En 1933 se convirtió en uno de los primeros profesores del recién creado Centro de Estudios Avanzados de la Universidad de Princeton. Era una leyenda viviente para muchos de sus colegas y se le llegó a calificar como “el mejor cerebro del mundo”. Esto es especialmente llamativo si se tiene en cuenta que von Neumann no era el único genio del lugar. En el Centro de Estudios Avanzados trabajaban también Albert Einstein y Kurt Gödel.

Durante la II Guerra Mundial von Neumann trabajó en el diseño de la bomba atómica y una vez terminada la guerra se convirtió en miembro de la Comisión de Energía Atómica de los Estados Unidos, jugando un papel relevante en el desarrollo de los primeros ordenadores. En la foto de la figura 1 podemos ver a von Neumann en el Instituto de Estudios Avanzados con uno de los primeros ordenadores que empezó a funcionar en 1951.

Von Neumann había sentado las bases matemáticas de la Teoría de Juegos en su trabajo de 1928 titulado *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* (*La Teoría de Juegos de Salón*), pero fue su colaboración con Oskar Morgenstern lo que hizo posible que los economistas fueran conscientes del potencial de esta nueva herramienta para enfocar el análisis de los modelos económicos. El famoso libro de von Neumann y Morgenstern *The Theory of Games and Economic Behavior* (*La Teoría de Juegos y el Comportamiento Económico*), publicado en 1944 por Princeton University Press, se considera el trabajo seminal en esta área.

Sin embargo, por una parte, la teoría de von Neumann sobre juegos de dos personas se refería a una clase de juegos muy limitada, aquellos en los que la ganancia de un jugador es estrictamente la pérdida del otro. Por otra parte, su teoría de juegos de más de dos agentes tenía quizás una complicación matemática excesiva para que los economistas la asumiesen como suya con facilidad: *The Theory of Games and Economic Behavior* es un libro difícil de leer (641 páginas repletas de fórmulas). En él sus autores dicen sentar con

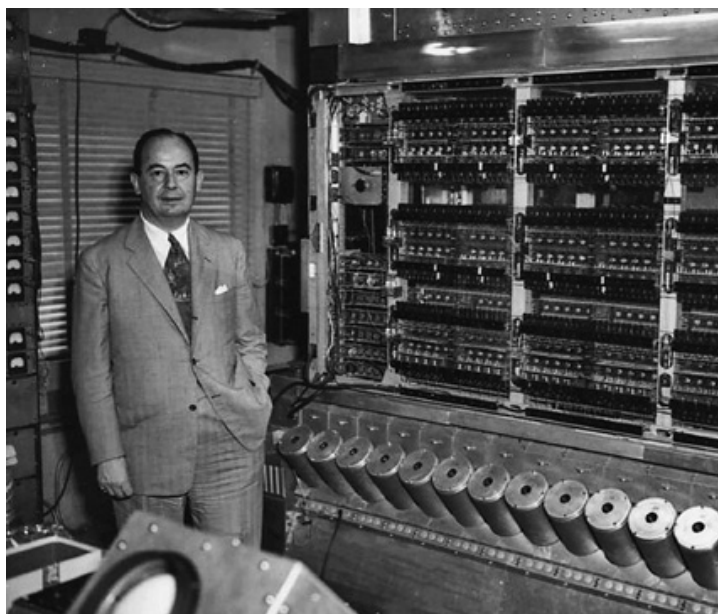


Figura 1. John von Neumann con uno de los primeros ordenadores.

su trabajo los fundamentos de una nueva ciencia económica. Sin quitarle el mérito de la indiscutible trascendencia que tuvo a nivel conceptual, en la práctica económica los resultados no tuvieron la relevancia que cabría esperar. Lo cierto es que durante un tiempo la Teoría de Juegos se desarrolló casi exclusivamente en el ámbito matemático. De hecho, muchos de los resultados que han sido cruciales en el desarrollo posterior de esta disciplina se obtuvieron en los años 50 en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Princeton y no tuvieron una traslación inmediata a sus aplicaciones a la Economía.

Las aplicaciones más interesantes de la Teoría de Juegos a principios de los 50 se referían a problemas de estrategia

militar (defensa contra misiles, distribución de recursos entre distintos objetivos, etc.), pues habían sido los estrategas militares los primeros en prestar atención a estas ideas y la financiación de la investigación en esta área provenía principalmente de las agencias militares en los Estados Unidos. En particular, la *RAND Corporation* (*Research ANd Development*), donde von Neumann era consejero, fue durante muchos años un centro principal de investigación en Teoría de Juegos financiado por las Fuerzas Aéreas de los Estados Unidos. Poco más tarde, en la década de los 60, el interés se desplazó hacia el estudio de situaciones de disuasión nuclear y estrategia político-militar en la Guerra Fría, en la que los especialistas en Teoría de Juegos desempeñaron un papel importante en muchas decisiones políticas.

A principios de los años 50 es también cuando entra en escena John Nash. John Forbes Nash (1928-2015) es uno de los científicos que ha llegado a ser conocido por el gran público gracias a una oscarizada película en la que, con el maquillaje de las grandes producciones cinematográficas, se narran las vicisitudes de su vida, marcada por la genialidad y la esquizofrenia. A esta “mente maravillosa” el destino la sitúa en Princeton en la época en que estaban surgiendo nuevas ideas científicas de toda índole y se convierte en una figura central en el desarrollo de la Teoría de Juegos.

Cuando Nash tenía veintidós años, en 1950, publica su primer artículo sobre el concepto de equilibrio que ha jugado un papel fundamental en el avance de la teoría económica,



Figura 2. John Nash en su graduación en Princeton (1950).

Equilibrium points in n -person games. Este trabajo de tan solo dos páginas constituyó la base de su tesis doctoral, que, por cierto, constaba únicamente de veintisiete páginas escritas a máquina con renglones muy espaciados.

Antes de la publicación de su primer artículo, Nash fue a ver a von Neumann para exponerle su idea de equilibrio y la demostración de su existencia. Resultaba una osadía que un doctorando, como era entonces Nash, se dirigiese al gran von Neumann, que era una figura pública y mantenía las distancias con los estudiantes. Von Neumann empezó a escucharlo atentamente, pero muy pronto lo interrumpió adelantándole la conclusión a la que iba a llegar. Y añadió que eso era una trivialidad, que no era más que un teorema de punto fijo. Y era

verdad, pero pasó por alto la visión del potencial de esa idea para representar la racionalidad de las interacciones sociales, que no tenía nada de trivial.

Por lo visto Nash no volvió a acercarse a von Neumann y hay evidencias de una cierta rivalidad entre ellos; rivalidad que Nash entendía como la postura defensiva natural de un pensador establecido frente a la idea de un rival más joven. De hecho, von Neumann y Morgenstern criticaron públicamente en varias ocasiones la teoría general de juegos no cooperativos de Nash.

En 1950 también, Nash publica en *Econometrica* su artículo *The bargaining problem*, donde propone una solución cooperativa para problemas de negociación. Con esta contribución, además, abre el camino para el análisis axiomático de las soluciones en los problemas de decisión.

En 1953 Nash publica otro trabajo, *Two person cooperative games*, en el que propone mecanismos no cooperativos, cuyos equilibrios resultan ser la solución del modelo cooperativo. Con este trabajo inicia también la denominada teoría de implementación, que relaciona los modelos no cooperativos con los modelos cooperativos.

Estos tres trabajos son punteros y a partir de ellos se ha desarrollado gran parte de la Teoría de Juegos actual. Además, como dice Peyton Young (2011), hay una belleza en las contribuciones de Nash que va más allá de su importancia científica. No es solo que sus ideas hayan resultado ser



Figura 3. John Nash en la ceremonia del Nobel en 1994.

extraordinariamente fructíferas, sino que también son simples y precisas. Añade también que con su trabajo se llegan a entender las palabras de Saint-Exupéry:

Il semble que la perfection soit atteinte non quand il n'y a plus rien à ajouter, mais quand il n'y a plus rien à retrancher.

[Parece que la perfección se alcanza no cuando no hay nada más que añadir, sino cuando no hay nada más que quitar].

Antoine de Saint-Exupéry (*Terre des Hommes*, 1939).

El éxito del equilibrio de Nash como una herramienta explicativa y predictiva en entornos económicos fue la principal razón por la que a Nash le fue concedido (compartido con John Harsanyi y Reinhard Selten) el Premio en Ciencias Económicas en memoria de Alfred Nobel en 1994 (figura 3), coincidiendo con el 50 aniversario de la publicación de *The Theory of Games and Economic Behavior*. El premio fue otorgado por los análisis pioneros del equilibrio en la Teoría de los Juegos no Cooperativos y su concesión a Nash no estuvo exenta de controversia. Entre las razones de los detractores estaban que era matemático, que el premio se refería a contribuciones de más de 40 años atrás y las circunstancias de su enfermedad, que quizás hiciesen deslucir la ceremonia. Pese a esto, el primer Nobel que reconoce el papel central de la Teoría de Juegos en la teoría económica actual le fue concedido a John Nash. No podría haber sido de otra manera.

En 2015 Nash murió en un accidente de tráfico junto con su esposa Alicia, al volver de recibir el Premio Abel que compartió con Louis Nirenberg. En este caso no se premiaban sus contribuciones a la Teoría de Juegos, sino sus estudios en el área de la Teoría de Ecuaciones Diferenciales no Lineales Parciales, que fueron otras contribuciones de este genio de las que no voy a hablar en esta lección.

En el *World Congress of the Game Theory Society* que se celebró en Estambul en 2012, tuve la ocasión de saludar a John Nash e intercambiar con él algunas impresiones. Este momento se recoge en las fotos de la figura 4.



Figura 4. John Nash en el *World Congress of the Game Theory Society*, Estambul, 2012.

Hay otras muchas figuras que han sido y que son influyentes en la investigación y en la aplicación de la Teoría de Juegos, pero ante la imposibilidad de referirme a todas ellas, me remito como más significativas a la lista de los Premios de Ciencias Económicas en memoria de Alfred Nobel explícitamente dedicados a la Teoría de Juegos. Algunos de ellos los he mencionado ya y a otros los mencionaré también más adelante.

El primer premio Nobel expresamente dedicado a la teoría de juegos, como ya he dicho, fue concedido a Nash, Harsanyi y Selten en 1994, por sus análisis pioneros del equilibrio en la Teoría de los Juegos no Cooperativos. También he mencionado ya a Aumann y Schelling, que recibieron el premio en 2005 por sus aportaciones a la comprensión de los conflictos y la cooperación por medio del análisis de la Teoría de Juegos. Dos años después, en 2007, lo obtuvieron Leonid Hurwicz,

Eric Maskin y Roger Myerson, por sentar las bases de la teoría del diseño de mecanismos. Comentaré más adelante algunas de las contribuciones de Lloyd Shapley, que, junto con Alvin Roth, recibió el Nobel en 2012, por su trabajo en la Teoría de Asignaciones Estables y Diseño de Mercados. Por último, el más reciente fue concedido a Jean Tirole en 2014, por su análisis del poder de los mercados y sus trabajos sobre regulación.

En la foto de la figura 5 aparecen cuatro premios Nobel juntos en una sesión del *World Congress of the Game Theory Society*, celebrado en Estambul en 2012. Son, de izquierda a derecha, el moderador de la sesión (Bernhard von Stengel) y los nobeles: Maskin, Nash, Selten y Myerson. Todo un lujo.

Tras el surgimiento y desarrollo de los primeros resultados en los Estados Unidos entre los años 50 y los 70 del siglo XX, los avances en Teoría de Juegos se propagaron con rapidez, despertando el interés de la comunidad científica en todo el mundo y contribuyendo al desarrollo de otras muchas áreas del saber.

En particular, la teoría económica incluye en la actualidad grandes áreas íntimamente ligadas a la Teoría de Juegos, como son, la *Teoría de Decisión*, que puede entenderse ahora como la Teoría de Juegos de una persona, o de juegos de un solo agente contra la naturaleza; la denominada *Teoría del Equilibrio General*, que puede verse como la rama de la Teoría de Juegos que se ocupa de la producción y de los mercados en situaciones con un número relativamente alto de consumidores y productores; el *Diseño de Mecanismos*, a veces llamado Teoría



Figura 5. Cuatro premios Nobel en el *World Congress of the Game Theory Society*, Estambul, 2012.

de Juegos Inversa, que analiza las consecuencias de la utilización de diferentes reglas en los juegos, y también la *Teoría de Elección Social*, que estudia los procesos de decisión colectiva, sus procedimientos y sus efectos en el bienestar social, incluyendo los sistemas de votación y sus propiedades.

Actualmente, a nivel mundial hay muchos investigadores y profesionales extraordinariamente activos en este campo, y en la comunidad científica española hay una representación destacada. Desde 1999 los teóricos de juegos de todo el mundo se agrupan en la *Game Theory Society*, que celebra un congreso mundial cada cuatro años para promover la investigación, la

enseñanza y las aplicaciones de la Teoría de Juegos. Se celebran también anualmente dos congresos internacionales importantes, el *Stony Brook International Conference on Game Theory* en los Estados Unidos y el *European Meeting on Game Theory (SING)*. SING son las siglas de *Spanish, Italian, Netherlands Games*, pues comenzaron siendo reuniones de las comunidades de estos países. Actualmente es el congreso más importante en esta área en el ámbito europeo.

Hasta aquí una muestra de la evolución de esta disciplina. Quiero destacar la calidad y la profundidad de los avances recientes, que están refrendados por los últimos premios Nobel en Economía. Estos premios han sido otorgados por contribuciones de indudable actualidad a nivel teórico y aplicado, como son la estabilidad de las asignaciones o el diseño y la regulación de los mercados. Esto debería hacernos reflexionar sobre la conveniencia de reforzar la formación en Teoría de Juegos, tanto en los currículos de nuestros alumnos de Economía y de titulaciones afines, como en los de perfil matemático, así como de fomentar los estudios interdisciplinarios entre la Ciencia Económica y la Matemática.

Metodológicamente la Teoría de Juegos está íntimamente ligada a las Matemáticas y hace uso de muchas de sus herramientas, desde la probabilidad y la combinatoria, a las ecuaciones diferenciales y la topología algebraica. Afortunadamente, los conceptos e ideas básicas no necesitan de una matemática complicada, más bien se basan en una manera muy sencilla, y sin embargo precisa, de esquematizar los conflictos.

En el resto de esta lección me voy a apoyar en algunos ejemplos clásicos de la Teoría de Juegos para hablar de las consecuencias de la racionalidad individual, de la conveniencia de establecer acuerdos vinculantes y de la capacidad que pueden tener las coaliciones de jugadores para forzar los resultados de la interacción.

RACIONALIDAD INDIVIDUAL Y EQUILIBRIO

La mayoría de los modelos económicos parten del supuesto de que los agentes actúan racionalmente, pero ¿qué significa la racionalidad en un contexto en el que los resultados de las acciones dependen también de las acciones de los otros agentes?

Von Neumann ya aborda esta cuestión para los juegos de suma nula, que son juegos en los que lo que gana uno lo pierde otro. Su famoso *teorema minimax* establece que para cualquier juego de suma nula con dos jugadores que puedan adoptar un número finito de estrategias, existe una *solución racional*, en el sentido de que, dada la propia naturaleza del conflicto, ninguno de los participantes puede hacer nada mejor. La recomendación de solución racional en este contexto implica actuar en seguridad, de forma que el resultado sea el mejor que puede garantizarse un jugador racional al enfrentarse a otro jugador racional.

Von Neumann tenía la esperanza de emplear el teorema minimax para analizar juegos con más de dos participantes. Desafortunadamente, con su teoría la complejidad de los juegos y los cálculos necesarios se incrementan de forma exponencial con el número de jugadores. Además, los juegos estrictamente competitivos no pueden representar a la mayor parte de las situaciones de interacción. Es más frecuente que los intereses de los participantes coincidan parcialmente. Estas limitaciones no permitían hacer un análisis completo de los juegos no cooperativos.

John Nash en 1950 propone una teoría general para juegos no cooperativos sin restricción en el número de jugadores y abre así las puertas a las aplicaciones en la Economía, la Ciencia Política, la Sociología e, incluso, en la Biología Evolutiva.

Nash observó que cada jugador adopta una estrategia para optimizar sus resultados a partir de sus creencias sobre las estrategias que van a adoptar los demás jugadores. Y definió lo que llamó un punto de equilibrio como el punto fijo de estas optimizaciones. Un *equilibrio de Nash* es un conjunto de estrategias (una de cada jugador) tal que ningún jugador mejora sus resultados si modifica su estrategia mientras que los demás mantienen la suya. En otras palabras, cada jugador adopta una estrategia que es su mejor respuesta dadas las estrategias de equilibrio de los otros jugadores.

Esto es todo, suena simple, pero ha resultado ser sorprendentemente útil para tratar las interrelaciones sociales y económicas. Por ejemplo, si han venido esta mañana en coche, estoy casi segura que cada uno de ustedes ha adoptado una estrategia asociada a un equilibrio de Nash. La decisión de circular por la derecha o por la izquierda en presencia de otros conductores, que también eligen por dónde circular, puede considerarse un juego no cooperativo, puesto que lo que le ocurra a un conductor en la carretera no solo depende de su propia decisión, sino también de las decisiones individuales que adopten los otros conductores. Que todos los conductores conduzcan por la derecha es un equilibrio de Nash, pues una desviación

unilateral de este perfil de estrategias no beneficiaría a ningún conductor, antes bien podría perjudicarlo seriamente.

A continuación analizaré dos situaciones que pueden representarse como juegos no cooperativos. La primera es conocida en la literatura como el dilema del prisionero. La segunda es una representación simplificada de las posibles actitudes de la Unión Europea y del Reino Unido en las negociaciones para el Brexit.

El dilema del prisionero

En este juego los dos jugadores son los autores de un robo y han sido capturados por la policía. Cada uno de ellos está ubicado en una celda diferente y se les ofrece la oportunidad de confesar el delito. Los posibles resultados aparecen en la tabla 1 en términos de la utilidad que obtienen los prisioneros. Las estrategias del primero de los prisioneros se representan en las filas del cuadro y las del segundo en las columnas. En las casillas aparecen la utilidad del primer y segundo prisionero respectivamente para cada combinación de estrategias.

La utilidad se entiende aquí como una valoración global del resultado que obtiene el jugador, que depende de la condena que se le asigna y de la parte del botín que recupera. Si ninguno de los dos confiesa, quedarían libres y repartirían el botín que obtuvieron, lo que representamos por 5 unidades de utilidad para cada uno de ellos. Sin embargo, si uno de los dos confiesa y el otro no, el que confiesa testifica en contra

del otro a cambio de una reducción de su condena, con la que conseguiría quedar libre antes y apropiarse del botín completo (esto le reportaría 8 unidades de utilidad), mientras que al prisionero que no confiesa se le asigna una condena larga, por lo que su utilidad es baja, la representamos por -4. Si ambos confiesan, ambos son condenados, pero con una reducción de la condena que les reporta una utilidad de 1 unidad (más utilidad que en el caso de que el otro prisionero confiese, pero menos que quedar libre).

Cada jugador simultánea e independientemente, sin conocer la decisión del otro, puede tomar la decisión de No Confesar o de Confesar.

Tabla 1. Las utilidades de los prisioneros

	<i>No Confesar</i>		<i>Confesar</i>	
<i>No Confesar</i>	5	5	-4	8
<i>Confesar</i>	8	-4	1	1

La redacción de este juego la inventó Albert William Tucker, el supervisor de la tesis de Nash, en 1950, como un ejemplo para explicar la Teoría de Juegos y los equilibrios de Nash ante una audiencia de psicólogos y desde entonces ha fascinado a los teóricos de juegos, a los economistas y a los estrategas militares.

Una característica relevante en este juego es que está claro cómo se van a comportar los individuos. Con independencia de lo que cada uno de los dos crea que va a hacer el otro, siempre

es mejor confesar. Si el individuo de la otra celda no confiesa, obtiene 8 en vez de 5. Si el individuo de la otra celda confiesa, obtiene 1 en lugar de -4. El par de estrategias (Confesar, Confesar) es un equilibrio de Nash. No obstante, este comportamiento individualmente racional lleva a que cada jugador obtenga solo una 1 unidad de utilidad, mucho menos que las 5 unidades que podrían obtener si ninguno de ellos confesase.

Por otra parte, hay diversas situaciones que admiten una representación semejante. Por ejemplo, en vez de confesar o no confesar, podríamos pensar en las estrategias *contribuir al bien común* o *buscar el beneficio propio*, como se plantea en los problemas de bienes públicos. Un ejemplo es la construcción de un puente entre dos países: es mejor para ambos que se construya, pero lo mejor para cada uno de ellos es que lo construya el otro. De la misma forma, este juego podría describir las alternativas de dos empresas compitiendo en el mismo mercado, y en vez de confesar o no confesar, podríamos decir *establecer un precio alto* o *establecer un precio bajo*. Por supuesto, que es mejor para ambas si las dos establecen un precio alto, pero lo mejor para cada una de ellas individualmente es poner un precio bajo, mientras que el oponente lo establece alto. Otra situación que puede representarse de forma análoga es aquella en que dos países deben decidir unilateralmente si *emprender un programa de armamento nuclear*, o *no emprenderlo*.

Así que la racionalidad individual aconseja: *Confesar*, *No construir el puente*, *Establecer un precio bajo* y *Emprender un programa de armamento nuclear*, cuando es claro que sería mejor para los dos jugadores si ambos adoptasen la estrategia:

No Confesar, Construir el puente, Establecer un precio alto y No emprender un programa de armamento nuclear.

Este conflicto entre la búsqueda de los objetivos individuales y el bien común es la esencia de muchos problemas de la Teoría de Juegos.

Nash probó que cualquier juego donde los jugadores pueden adoptar un número finito de estrategias tiene al menos un equilibrio si se les da a los jugadores la posibilidad de aleatorizar sus estrategias.

La reflexión es que la racionalidad individual no permite obtener resultados distintos de los equilibrios de Nash. En los juegos estrictamente competitivos, es decir, en los que lo que gana uno lo pierde el otro, no cabe la posibilidad de un acuerdo en el que ambos jugadores mejoren sus resultados de equilibrio. La situación es distinta en el caso del dilema del prisionero. En este juego sí hay un par de estrategias que proporcionan un resultado mejor para ambos, pero ese resultado no puede alcanzarse desde la lógica del interés individual. Solo los acuerdos vinculantes entre los jugadores producirán el resultado deseable para ambos.

De este modo, el dilema del prisionero contradice la metáfora de Adam Smith sobre la *mano invisible* del mercado (que popularizó gracias a su obra *La riqueza de las naciones* en 1776), pues, en contra de lo que postula Adam Smith, se constata con este análisis que cuando cada participante persigue su interés individual, no necesariamente promueve el máximo interés colectivo.

Las actitudes de la Unión Europea y del Reino Unido ante el Brexit

A continuación voy a comentar otra situación en la que un análisis basado en el concepto de equilibrio puede resultar revelador y en la que también se ponen de manifiesto las limitaciones de esta teoría. Me baso en un informe de finales de 2016 del Cologne Institute for Economic Research, titulado *Brexit and Europe's Future – a Game Theoretical Approach* (Busch, Diermeier, Goeke y Hüter, 2016).

Como resultado de la decisión del Reino Unido (UK) de dejar la Unión Europea (EU) se plantea la cuestión de las actitudes que van a mostrar ambas partes en las negociaciones para establecer los términos de las futuras relaciones comerciales y de control de las migraciones. La situación puede describirse como un juego no cooperativo de la siguiente forma: los dos jugadores, el Reino Unido y la Unión Europea, que simultánea e independientemente eligen entre dos actitudes negociadoras: denominémoslas dura y flexible.

En la tabla 2 se describen los cuatro resultados que son posibles con las distintas combinaciones de estas actitudes de las partes con respecto a las siguientes cuestiones: acceso del Reino Unido al mercado único europeo, libre circulación de personas, pagos del Reino Unido a la Unión Europea. Ciertamente esta tabla muestra un análisis simplificado basado en actitudes extremas de transigencia e intransigencia, pero que puede resultar reveladora de las consecuencias si las actitudes

Tabla 2. Resultados de las diferentes actitudes negociadoras

Jugador	EU		
	Estrategia	Dura	Flexible
UK	Dura	Ruptura-OMC UK miembro de la OMC sin relación institucional con EU. No acceso al mercado único. No libre circulación de personas. No pagos a la EU.	“A la conveniencia de UK” UK alcanza sus exigencias. Acceso al mercado único. No libre circulación de personas. No pagos a la EU.
	Flexible	“A la Noruega” UK pierde participación política en la EU. Conserva relaciones institucionales. Acceso al mercado único. Circulación libre de personas. Contribuciones cuantiosas a la EU.	“A la Noruega +” UK pierde participación política en la EU. Conserva relaciones institucionales en su mayoría. Acceso al mercado único. Circulación restringida de personas. Contribuciones bajas a la EU.

FUENTE: Cologne Institute for Economic Research.

evolucionan hacia los extremos. Un análisis más completo, pero indudablemente más complejo, tendría que tener en cuenta las actitudes negociadoras intermedias.

Por otra parte, tanto el Reino Unido como la Unión europea son conscientes de que estos resultados pueden tener efectos posiblemente distintos a corto y a largo plazo. En el informe se hace una estimación del impacto económico de estas cuatro alternativas para ambas partes (haciendo abstracción de otras consideraciones políticas y sociales, tales como la

soberanía nacional en el Reino Unido y los posibles conflictos internos en la Unión Europea).

Una observación interesante es que para un análisis de los equilibrios de estos juegos basta una representación de los resultados en escala ordinal. En las tablas se representan los efectos de las actitudes negociadoras a partir de la situación anterior al *Brexit*, como efecto muy negativo (- -), negativo (-), entre negativo y neutro (-/0), neutro (0) y positivo (+). Los efectos cuando se implementan estas estrategias a largo plazo y a corto plazo se muestran en la tabla 3. En cada casilla, en primer lugar, y con sombreado gris, aparece el efecto del par de estrategias para el Reino Unido y, en segundo lugar, el efecto para la Unión Europea.

Tabla 3. Efectos de las actitudes negociadoras a largo y corto plazo

<i>A largo plazo</i>					
Jugador	EU				
UK	Estrategia	Dura		Flexible	
	Dura	-	-/0	-	- -
	Flexible	-/0	0	0	-
<i>A corto plazo</i>					
Jugador	EU				
UK	Estrategia	Dura		Flexible	
	Dura	- -	-/- -	+	-
	Flexible	-/0	0	0	0/-

Fuente: Cologne Institute for Economic Research.

Si se miran las consecuencias a largo plazo, el juego tiene un único equilibrio de Nash, que consiste en que el Reino Unido negocia de forma flexible, mientras que la Unión Europea muestra una actitud dura en la negociación. Estas estrategias son la mejor respuesta mutua, pues si, dada la estrategia dura de la Unión Europea, el Reino Unido cambiase de la estrategia flexible a la dura, su resultado empeoraría (de $-/0$ pasaría a $-$). Y dada la actitud flexible del Reino Unido, si la Unión Europea se desviase de su trayectoria dura, entonces su resultado también empeoraría (de 0 a $-$).

A corto plazo la situación es distinta. Si se consideran los efectos a corto plazo, el juego tiene dos equilibrios de Nash. Uno de ellos coincide con el equilibrio del largo plazo: el Reino Unido negocia de forma flexible y la Unión Europea de forma dura. El otro consiste en que el Reino Unido negocia de forma dura y la Unión Europea de forma flexible. Ninguno de los dos equilibrios domina al otro en los resultados de ambos agentes. En el corto plazo la racionalidad individual de las partes no determina sus estrategias.

Es evidente que los supuestos que subyacen en este análisis centrado exclusivamente en intereses económicos representan una simplificación considerable. A la vista de esta información, las partes tendrían que tomar decisiones sobre sus actitudes negociadoras que tengan en cuenta los efectos presentes y futuros. Se podría concluir de este análisis que en el corto plazo podría haber argumentos para que la Unión Europea se muestre transigente en la negociación con el objeto

de conseguir un acuerdo. Sin embargo, mirando los efectos a largo plazo, la Unión Europea debería desviarse de esa estrategia y adoptar una actitud dura, con lo que pasaría de un resultado con efecto muy negativo a uno con efecto entre negativo y neutro.

NEGOCIACIÓN Y AXIOMAS PARA EL ACUERDO

Los juegos cooperativos representan situaciones en las que los jugadores pueden adoptar acuerdos vinculantes para aceptar un determinado resultado de entre los posibles. Es decir, se comprometen a implementar las acciones necesarias para que sea ese el resultado final de la interacción. El concepto de equilibrio de Nash de los juegos estratégicos es insuficiente en estos juegos, porque cualquier acuerdo, si es vinculante, constituye en sí mismo un equilibrio.

En 1950 John Nash publica en la revista *Econometrica* el artículo *The bargaining problem*. En él propone una solución cooperativa para los denominados *juegos de negociación* y sienta las bases del análisis axiomático de las soluciones en los problemas de decisión. En palabras de Nash, el método axiomático consiste en:

One states as axioms several properties that would seem natural for the solution to have and then one discovers that the axioms actually determine the solution uniquely.

[Se establecen como axiomas varias propiedades que podría parecer natural que una solución tuviese y entonces se descubre que los axiomas determinan únicamente la solución.]

John Nash (1950a)

Dicho de otra forma, si se acepta que han de cumplirse los principios de racionalidad que establecen los axiomas, entonces

necesariamente se debe resolver el problema como indica la solución.

Nash estableció cuatro axiomas, y con ellos caracterizó su solución. Los resultados se publicaron en 1950, pero el trabajo fue escrito como un trabajo para una asignatura optativa antes de graduarse, casi en su adolescencia, cuando ni siquiera sabía que existiese la Teoría de Juegos. De hecho, el ejemplo de negociación que aparece en el artículo se refiere al intercambio de un bate de béisbol, una pelota, un juguete y un cuchillo. Parece ser que a la hora de la publicación del trabajo en *Econometrica*, ni el editor ni sus colegas pudieron persuadirle para que cambiase el ejemplo.

El juego de negociación de dos personas, como lo planteó Nash y como ha sido estudiado en la literatura con posterioridad, se representa por el conjunto de los resultados que podrían alcanzar los agentes si llegan a un acuerdo y un punto de desacuerdo que representa el resultado para ambos jugadores si finalmente no se llega a un acuerdo. El problema se plantea normalmente en el espacio de las utilidades de los jugadores. En la versión más sencilla se supone que el conjunto de resultados factibles es convexo, cerrado y acotado (estos supuestos no son muy restrictivos). Además se entiende que se puede disponer libremente de la utilidad por encima del punto de desacuerdo. La figura 6 es la gráfica original de Nash para representar un problema de negociación.

Lo que se llama una solución de negociación es un procedimiento que, para cualquier problema de este tipo, proporciona

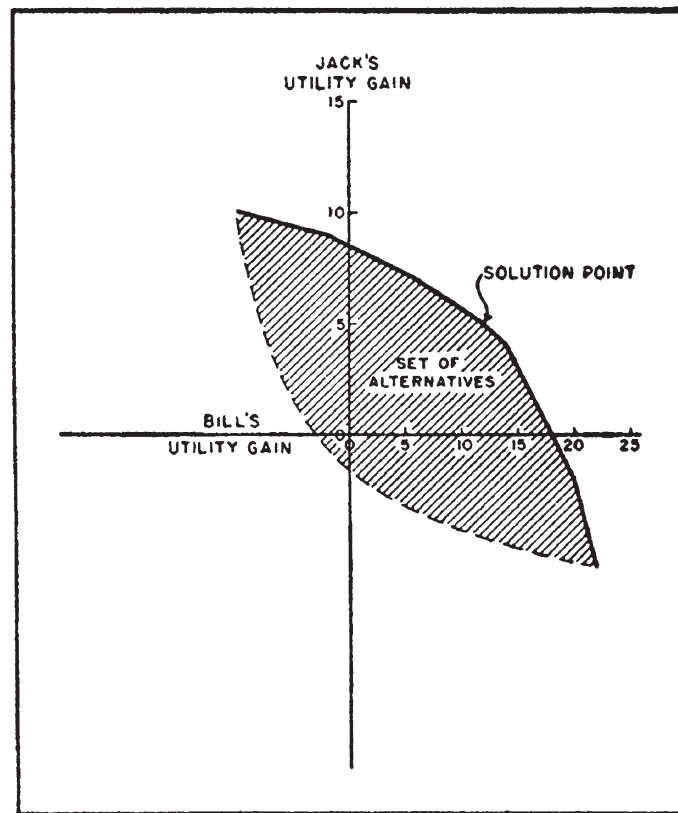


Figura 6. Gráfica original de Nash en *The bargaining problem*.

un único punto en el conjunto de resultados alcanzables. De esta forma, una solución de negociación puede entenderse como una predicción del acuerdo al que finalmente llegarán los jugadores, o como la recomendación que un juez imparcial haría basándose en determinados principios de racionalidad. Estos principios de racionalidad o axiomas reflejan objetivos normativos de justicia, equidad, eficiencia, etc.

Nash postuló que la solución debía de satisfacer los siguientes axiomas:

- *Pareto-optimalidad*: Establece que no debe existir otro acuerdo que proporcione un resultado mejor para los dos jugadores.
- *Simetría*: Captura la idea del tratamiento igual de iguales. Si los jugadores no pudieran diferenciarse a partir de la descripción matemática del conjunto de resultados que pueden alcanzar, entonces la solución debería tratarlos como iguales.
- *Invariancia respecto de la escala*: Impone que el acuerdo sea independiente de las escalas en las que estén medidos los resultados (o las utilidades) de los jugadores.
- *Independencia de alternativas irrelevantes*: Establece que si se reduce el conjunto de resultados alcanzables, pero el resultado que recomienda la solución sigue siendo posible, entonces la solución en este conjunto reducido debe recomendar el mismo acuerdo.

Los tres primeros axiomas digamos que pueden ser casi universalmente aceptados. El cuarto es el más controvertido, aunque puede parecer indiscutible en algunos ámbitos. La motivación para este axioma es la siguiente. Supongamos que los jugadores se ponen de acuerdo en un resultado, digamos a , cuando el conjunto de resultados posibles consiste en $X = \{a, b, c\}$. Consideremos ahora otra situación de negociación en la que los mismos agentes tienen que acordar la elección de un elemento del subconjunto $Y = \{a, b\}$ y el resultado del desacuerdo es el mismo. Lo que establece este axioma es que en esta nueva situación debe elegirse

también a , pues el hecho de que c no esté disponible, puesto que era irrelevante en la primera elección, no debe afectar al resultado.

Pero hay criterios de elección muy utilizados que no cumplen este axioma. Por ejemplo, si de entre un conjunto de números se elige aquel mas cercano a la media aritmética. Cuando se suprimen algunos de los números no seleccionados, la elección en el conjunto reducido no tiene por qué coincidir con el elegido inicialmente.

El famoso teorema de Nash establece que el sistema de axiomas constituido por pareto-optimalidad, simetría, invariancia respecto a la escala e independencia de alternativas irrelevantes, determina unívocamente una solución. Esta solución es la que se obtiene maximizando el producto de las ganancias de utilidad a partir del desacuerdo.

En la figura 7 se ilustra la solución de Nash para un problema de negociación con punto de desacuerdo $(0, 0)$. Se representan los resultados para el primer agente en el eje horizontal y para el segundo agente en el vertical; el conjunto de resultados factibles para los dos agentes, S , y el resultado que recomienda la solución de Nash, $N(S)$, que se corresponde con el punto del conjunto S en el que es máximo el nivel de la función x_1x_2 .

Nash presenta una demostración para este resultado que, como todo el trabajo de Nash, es simple y brillante. Cuando la ves la primera vez, parece como magia. Y te preguntas: ¿qué tiene que ver la maximización del producto de las utilidades

con esos principios de racionalidad tan evidentes y que aparentemente poco tienen que ver con operaciones matemáticas? La “mente maravillosa” de John Nash, en esto, actuó como tal. En estos casos, cuando ves cómo las cosas encajan, te reafirmas en el poder de la ciencia para explicar al menos una parte de nuestro mundo.

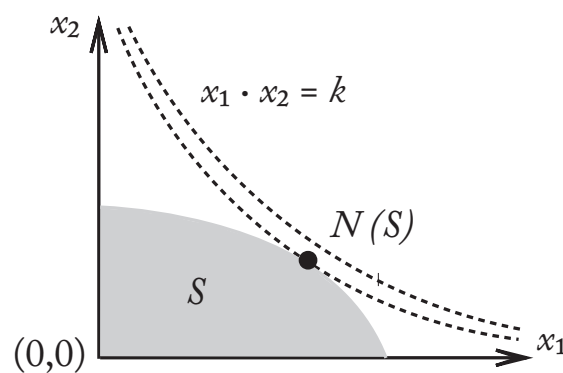


Figura 7. Solución de Negociación de Nash.

Durante bastantes años, la solución de Nash fue la solución (con mayúscula) a los problemas de negociación. Hasta 1975 no se publican las primeras alternativas a esta solución, que surgen al sustituir el axioma de independencia de alternativas irrelevantes por otras propiedades relacionadas con la monotonía (Kalai y Smorodinsky, 1975; Kalai, 1977). La principal crítica a la solución de Nash se deriva directamente del axioma de independencia de alternativas irrelevantes, por ser poco sensible a los cambios en el conjunto de resultados factibles, sobre todo a los cambios que afectan a las expectativas más favorables de los agentes.

Kalai y Smorodinsky en 1975 propusieron sustituir el axioma de independencia de alternativas irrelevantes por un requisito de monotonía. Este axioma, denominado de *monotonía individual*, establece que si el conjunto de resultados alcanzables se amplía, aumentando las expectativas más favorables de uno de los jugadores y manteniéndose las del otro, entonces el nuevo acuerdo no debe perjudicar al primer jugador.

Los cuatro axiomas, pareto-optimalidad, simetría, invariancia respecto a la escala y monotonía individual, caracterizan también una única solución, que recomienda que el resultado sea proporcional a las mejores expectativas de los jugadores.

A partir de estos trabajos iniciales se ha generado mucha literatura en la que se identifican distintos sistemas de axiomas que caracterizan unívocamente las soluciones de negociación en diversos contextos. Un compendio actualizado y comentado de trabajos puede verse en la monografía de William Thomson (2010): *Bargaining and the theory of cooperative games: John Nash and beyond*.

La negociación empresa-sindicato

Como ejemplo clásico de aplicación de la teoría axiomática de negociación, comento el estudiado en profundidad en el trabajo de MacDonald y Solow en 1981, la negociación entre empresas y sindicatos. En este modelo la negociación se lleva a cabo sobre el salario, w , y el nivel de empleo, L , y, como es natural, los dos agentes tienen preferencias distintas sobre

los resultados posibles. Supongamos que la utilidad de la empresa puede representarse por su beneficio, que se estima por $u_E(w, L) = 2L^{1/2} - wL$. La función de utilidad del sindicato se estima como $u_S(w, L) = 3L(w - 0,25)^{1/3}$ (presenta rendimientos marginales constantes respecto al nivel de empleo y rendimientos marginales decrecientes respecto al salario). Ambas partes tienen que llegar a un acuerdo sobre un par de cantidades (w, L) , con unas condiciones previas: que el salario esté por encima de una determinada cantidad ($w \geq 0,25$) y que la empresa obtenga beneficios ($2L^{1/2} - wL \geq 0$). Si no hay acuerdo, las partes no obtienen utilidad alguna.

La consecuencia de aceptar un sistema de axiomas para resolver el problema de negociación es la identificación de un único resultado de entre los factibles y el correspondiente acuerdo, que finalmente deberá ser aceptado por ambas partes.

En la figura 8 el conjunto S es una representación aproximada de los resultados alcanzables por la empresa y el sindicato si llegan a un acuerdo. Las utilidades de la empresa, u_E se representan en el eje vertical y las del sindicato, u_S , en el eje horizontal. El punto u^* representa las mejores expectativas de los agentes. Se muestran también los resultados que se alcanzan con la solución de Nash, N , y con la de Kalai-Smorodinsky, $K-S$. Los acuerdos correspondientes sobre salarios y nivel de empleo aparecen en la tabla 4. En este caso, las recomendaciones de ambas soluciones son muy parecidas: el salario debe ser 0.28 unidades en la solución de Nash y 0.284 unidades en la de Kalai-Smorodinsky. El nivel de empleo de

28.44 unidades en la solución de Nash y 30 unidades en la de Kalai-Smorodinsky. Obsérvese que el acuerdo de Kalai-Smorodinsky mejora la utilidad del sindicato y empeora la de la empresa con respecto al de Nash. Esto es consecuencia del papel relevante que juega en este concepto de solución la máxima expectativa del sindicato.

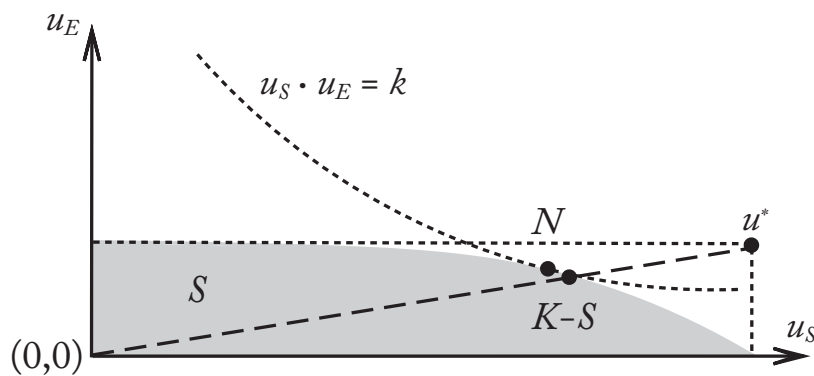


Figura 8. Resultados de Nash y Kalai-Smorodinsky en la negociación empresa-sindicato.

Tabla 4. Recomendaciones de las soluciones de Nash y de Kalai-Smorodinsky en la negociación empresa-sindicato

	<i>Nash</i>	<i>Punto Ideal</i>	<i>K-S</i>
Acuerdos	$w = 0.28$ $L = 28.44$		$w = 0.284$ $L = 30$
Utilidades	$u_E = 2.66$ $u_S = 26.88$	$u_E^* = 4$ $u_S^* = 49.12$	$u_E = 2.40$ $u_S = 29.48$

EL PODER DE LAS COALICIONES

Cuando en la interacción intervienen más de dos jugadores, las cosas se complican, tanto en el plano conceptual como en lo referido a la resolución. En el trabajo de von Neumann el tratamiento de los juegos de más de dos jugadores se basaba en que acabarían cooperando y formando coaliciones. La solución que introdujo von Neumann para situaciones de este tipo, los llamados *conjuntos estables*, no era muy intuitiva, además de que no era aplicable en todos los juegos. De hecho, solo tuvo relevancia en el ámbito teórico y las aplicaciones económicas de este concepto han sido hasta el momento limitadas.

No obstante, Lloyd Shapley, compañero y en algún momento amigo de John Nash, avanzó en el estudio de estos juegos, proporcionando resultados que profundizan en las consecuencias que tiene el hecho de que los jugadores puedan agruparse formando coaliciones. En la foto de la figura 9 aparece Shapley en la ceremonia en que recibió el Nobel en 2012.

De entre las muchas aportaciones de Shapley a la Teoría de Juegos, comento aquí los conceptos más ampliamente utilizados para tratar los denominados juegos coalicionales: el *núcleo* del juego (Gillies, 1959; Shapley, 1971) y el *valor de Shapley* (Shapley, 1953). También relaciono los resultados con otra solución relevante para estos juegos, *el nucleolo* (Schmeidler, 1969). Para poner de manifiesto los pormenores de la interacciones que surgen en los juegos cuando se tiene en cuenta el poder de las coaliciones, me apoyo en un juego muy conocido



Figura 9. Lloyd Shapley, premio Nobel en 2012.

en la literatura, el *juego del guante*, que representa una situación simplificada de lo que ocurre en los mercados con bienes complementarios.

El juego del guante

En el juego del guante, tres jugadores que se embarcan en una empresa conjunta desean repartir los beneficios de la venta de un par de guantes. El jugador 1 aporta un guante de la mano izquierda y los jugadores 2 y 3 aportan cada uno un guante de la mano derecha. El par de guantes se vende por 100 euros.

A estas alturas de la lección y en este contexto, no me atrevo a preguntarles a ustedes cuál debería de ser el reparto

de los 100 euros entre los tres jugadores, pero siempre se lo pregunto a mis alumnos, y casi siempre obtengo la misma respuesta: el jugador que tiene el guante izquierdo debe recibir 50 euros, los del guante de la mano derecha 25 euros cada uno. Esta respuesta tiene mucha lógica, no lo dudo, pero yo les pido explicaciones: ¿por qué este reparto y no otro?, ¿qué principio de racionalidad hay detrás de esa respuesta? Aquí tienen que pensar un poco más y acaban preguntándome si esa es la respuesta correcta. A lo que yo respondo que, en este punto, no estamos todavía en condiciones de hablar de respuestas correctas. Que es necesario seguir analizando el tema.

Veamos lo que pueden conseguir los distintos jugadores y las distintas coaliciones que puedan formarse. Cada jugador por sí mismo no puede obtener beneficio alguno. Tampoco obtienen nada aunque cooperen los dos jugadores con guantes de la mano derecha. Esto lo representamos como $v(1) = v(2) = v(3) = v(23) = 0$. Por otra parte, los grupos de jugadores que incluyan al jugador que posee el guante izquierdo y a otro que tenga un guante derecho, pueden obtener el beneficio de la venta del par de guantes: $v(12) = v(13) = v(1, 2, 3) = 100$.

La cuestión fundamental en estos juegos coalicionales es la selección de un reparto o de un conjunto de repartos del beneficio que se obtiene a través de la cooperación, que esté sustentada en unos determinados principios, de forma que, si se aceptan dichos principios, la selección de dicho reparto sea indiscutible o al menos aceptable para todos los jugadores. Y ¿en qué podemos basarnos para identificar esos repartos? Fundamentalmente, en dos nociones: estabilidad y justicia.

Se han propuesto distintas nociones de estabilidad relacionadas con los juegos coalicionales. Una de ellas es la que subyace en el concepto de conjunto estable de von Neumann, que ya hemos comentado. Me voy a centrar en otra, la denominada *racionalidad colectiva*, que es el principio que está detrás del concepto de *núcleo del juego*.

El núcleo: Si un reparto está en el núcleo, entonces ningún jugador, ni ninguna coalición, tiene incentivos para desvincularse del resto de los jugadores, pues lo que pueden garantizarse sin la cooperación del resto no es mejor que lo que se les asigna en el reparto. El núcleo del juego puede ser vacío, contener un único reparto o infinitos repartos.

Hablemos de racionalidad colectiva en el juego del guante. El reparto propuesto por mis alumnos (50, 25, 25) no cumple este principio. Por ejemplo, la coalición formada por el jugador 1 y el 2 obtiene en total en este reparto 75 euros, cuando ellos solos pueden vender el par de guantes y obtener los 100 euros. Estos jugadores no estarán dispuestos a aceptar dicho reparto y se desvincularán del tercer jugador, abandonando el juego.

Aunque pueda sorprender, el único reparto de núcleo en este juego es (100, 0, 0). Una explicación de la inestabilidad del reparto (50, 25, 25) (y de cualquier otro reparto en que el jugador 1 no obtenga 100 euros) es la siguiente: basta con que el jugador 3 negocie con el jugador 1 y le ofrezca, por ejemplo (70, 0, 30) para que el jugador 1 lo acepte. Pero entonces el jugador 2 puede reaccionar y ofrecer, por ejemplo (95, 5, 0), que sería aceptado por el jugador 1. Este proceso, como pueden

imaginar, acaba en $(100, 0, 0)$, que es el único reparto que cumple el requisito de racionalidad colectiva.

Pero fíjense ustedes en la conclusión que se saca de esto. En una situación como la que he descrito, si es la noción de estabilidad la que sustenta el reparto de los beneficios de la cooperación, la retribución se le asigna íntegramente al bien más escaso, en este caso, el guante izquierdo. Esto es porque el exceso de oferta de un bien genera un proceso competitivo que hace que su valor se vaya reduciendo, y en el límite se hace nulo.

Pueden ustedes argumentar que este reparto no es justo, pues sin un guante derecho no hay par de guantes que vender.

Hablemos pues, de justicia. Voy a centrarme en dos soluciones. Cada una de ellas se sustenta en una noción de justicia distinta:

El valor de Shapley: Cada jugador debe recibir un pago en función de su aportación global al juego.

El nucleolo: El jugador (o coalición) más desfavorecido debe estar lo mejor posible.

¿Qué significa la aportación global al juego de un jugador? La solución que introduce Shapley (Shapley, 1953) es consistente con la siguiente interpretación: imaginemos que los jugadores pueden llegar al juego en orden aleatorio, uniéndose a la coalición de los jugadores que han llegado anteriormente. En cada orden, la contribución del jugador a la coalición que

se encuentra es distinta, se denomina su aportación marginal a dicha coalición. El *valor de Shapley* de un jugador puede verse como la media del valor de las aportaciones marginales en todos los posibles órdenes de llegada de los jugadores al juego.

Este mecanismo tiene una fórmula explícita. El valor de Shapley para el jugador i en el juego es

$$\phi_i(v) = \sum_{S: i \in S} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} (v(S) - v(S - \{i\})),$$

donde n es el número de jugadores en el juego, S denota cada coalición de jugadores, v la función que indica el valor de cada coalición y s el número de elementos de la coalición S .

De la misma forma que en el caso del resultado de Nash para los juegos de negociación, la relevancia de esta solución es que este procedimiento está sustentado por un conjunto de axiomas que la determinan unívocamente. Los axiomas de Shapley son:

- *Eficiencia*: Se reparte el total disponible.
- *Propiedad del jugador nulo*: Si un jugador no aporta nada a ninguna coalición de jugadores, no debe recibir pago alguno.
- *Simetría o Tratamiento igual de iguales*: Si dos jugadores son indistinguibles en el juego, entonces deben recibir el mismo pago.

- *Aditividad*: Si las valoraciones de todas las coaliciones en un juego se descomponen en suma de dos valoraciones (generando así dos juegos), entonces el valor de Shapley en el juego inicial es la suma de los valores de Shapley en cada uno de los dos juegos.

El resultado de Shapley (1953) es que existe una única solución en la clase de estos juegos coalicionales que cumple estos cuatro axiomas y es el *valor de Shapley*.

Computacionalmente el cálculo de valor de Shapley para juegos con muchos jugadores no es trivial. No obstante, para pocos jugadores puede hacerse con relativa facilidad, ya sea empleando la fórmula o, lo que es lo mismo, haciendo los cálculos correspondientes a las contribuciones marginales de los jugadores en los distintos órdenes de entrada. En la tabla 5 se muestran estas contribuciones y el valor de Shapley correspondiente.

Tabla 5. Contribuciones marginales en el juego del guante

<i>Órdenes</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
123	0	100	0
213	100	0	0
132	0	0	100
231	100	0	0
312	100	0	0
321	100	0	0
Valor de Shapley	200/3	50/3	50/3

Según el valor de Shapley, el reparto de los 100 euros debe ser: $200/3$ euros para el jugador del guante izquierdo y $50/3$ euros para cada uno de los jugadores con un guante derecho.

Con respecto al nucleolo, es una solución que quiere capturar la idea de tratamiento equitativo de las coaliciones. El nucleolo propone un único reparto con la propiedad de que pertenece al núcleo en el caso de que este no sea vacío. Para el juego del guante, puesto que solo el reparto $(100, 0, 0)$ está en el núcleo, este es también el nucleolo.

En definitiva, en este juego mis alumnos proponían un reparto de $(50, 25, 25)$, que ciertamente cumple las propiedades de eficiencia, y simetría, y no contradice la propiedad de jugador nulo, pues en este juego ninguno de los jugadores es nulo. La noción de *racionalidad colectiva* que subyace en el concepto de núcleo del juego lleva a que la retribución por el par de guantes se reparta como $(100, 0, 0)$, que también es eficiente y cumple la propiedad de simetría, pues a los dos jugadores intercambiables les asigna el mismo valor. La noción de justicia que subyace en el valor de Shapley recomienda $(200/3, 50/3, 50/3)$, que por cierto, le asigna 4 veces más al jugador del guante de la mano izquierda que al de la derecha. El reparto de mis alumnos solo le asignaba el doble. Quizás mis alumnos no estaban teniendo en cuenta consideraciones estratégicas de posible formación de coaliciones. Es claro que, si se tienen en cuenta, aumenta la valoración del guante izquierdo. Por otra parte, el nucleolo, que conlleva una noción

de equidad por grupos, vuelve a proporcionar el (100, 0, 0). Y sorprende que ese reparto que habíamos calificado de tan injusto sea ahora elegido por un criterio que se basa de alguna forma en la equidad de las coaliciones.

Como ven ustedes, no podía, ni quería decirle a mis alumnos cuál era la respuesta correcta. Todo depende de cómo de convincentes sean los principios de racionalidad sobre los que se sustenta la solución.

Y termino con la reflexión de que, usando la terminología de esta lección, estamos inmersos en un *gran juego*, en el que las interacciones son cada vez más a nivel global. Un mejor entendimiento de los mecanismos de estas interacciones y de las consecuencias de las estrategias individuales y colectivas es fundamental para adoptar las decisiones adecuadas.

En la Universidad estamos formando a las generaciones venideras, y parte de nuestra misión es que los estudiantes adquieran la capacidad de realizar análisis rigurosos y críticos en la toma de decisiones, tanto en el terreno privado y profesional, como en el ámbito público e institucional, cuando sea el caso. La integración de los análisis basados en la Teoría de Juegos en la formación del estudiante se revela, por lo tanto, valiosa y eficaz para alcanzar equilibrios más razonables en la sociedad del futuro.

FUENTES Y REFERENCIAS

- Busch, B., Diermeier, M., Goecke, H., Hüter, M. (2016). Brexit and Europe's future – a game theoretical approach. *Cologne Institute for Economic Research. IW policy paper* 18/2016.
- Cournot, A.A. (1838). *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*. París: Hachette. English edition translated by N.T. Bacon, Nueva York: Kelley, 1960.
- Gillies, D.B. (1959). Solutions to general non-zero-sum games. *Contributions to the Theory of Games, Annals of Studies*, 40. Princeton University Press, 47-85.
- González, J., García, I., Fiestras, M.G. (2010). *An Introductory Course on Mathematical game Theory*. American Mathematical Society.
- Hart, S. (2005). An Interview with Robert Aumann. *Macroeconomic Dynamics* 9, 683-740.
- Kalai, E., Smorodinsky, M. (1975). Other solutions to Nash's bargaining problem. *Econometrica* 45(7), 1623-1630.
- Kalai, E. (1977). Proportional solutions to bargaining situations: interpersonal utility comparisons. *Econometrica* 43(3), 513-518.
- MacDonald, I.M., Solow, R.M. (1981). Wage Bargaining and Employment. *The American Economic Review* 71(5), 896-908.
- Maschler, M., Solan, E., Zamir, S. (2013). *Game Theory*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Maynard-Smith, J., Price, G.R. (1973). The logic of animal conflict. *Nature* 2461, 13-18.

- Nasar, S. (2001) *Una mente prodigiosa*. Barcelona: Mondadori.
- Nash, J.F. (1950a). The bargaining problem. *Econometrica* 18(2), 155-162.
- Nash, J.F. (1950b). Equilibrium points in n-person games. *Proceed. Nat. Acad. Sci. USA* 36, 48-49.
- Nash, J.F. (1950c). Non-cooperative games. *Ph.D. dissertation*. Princeton University.
- Nash, J.F. (1953). Two person cooperative games. *Econometrica* 21, 128-140.
- Poundstone, W. (1995). *El dilema del prisionero*. Madrid: Alianza Editorial.
- Schmeidler, D. (1969). The Nucleolus of a Characteristic Function Game. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 17(6), 1163-1170.
- Schwalbe, U., Walker, P. (2001). Zermelo and the early history of game theory. *Games and Economic Behavior* 34, 123-137.
- Shapley, L.S. (1953). A value for n person games. In Kuhn, H.W. and Tucker, A.W. (eds.), *Contributions to the Theory of Games*, Annals of Mathematics Studies, 28, 307-319.
- Shapley, L.S. (1971). Cores of convex games. *International Journal of Game Theory*, 1, 11-26.
- Thomas, L.C. (2003). *Games, Theory and Applications*. Mineola, NY: Dover Publications, Inc.
- Thomson, W.L. (2010). *Bargaining and the Theory of Cooperative Games: John Nash and Beyond*. Camberly, Northampton, MA: Edward Elgar Publishing Ltd.

- von Neumann, J. (1928). Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. *Mathematische Annalen*, 100, 295-320.
- von Neumann, J., Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton: Princeton University Press.
- von Neumann, J., Fréchet, M. (1959). The role d'Émile Borel dans la théorie des jeux. *Revue d'économie politique* 69(2), 139-167.
- Zermelo, E. (1913). Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels, *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, Cambridge, 2, 501-510.

Este libro
se terminó de imprimir
el día 5 de septiembre de 2018
en los talleres de Dosgraphic, s.l.

