



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

ISBN-13: 978-84-946016-0-8



9 788494 801808

LECCIÓN INAUGURAL

Curso 2018-2019

Historia de una decisión

FRANCISCO RUIZ DE LA RÚA

umaeditorial 

Historia de una decisión

FRANCISCO RUIZ DE LA RÚA

HISTORIA DE UNA DECISIÓN

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA, 2018

© Francisco Ruiz de la Rúa, 2018

© UMA editorial. Universidad de Málaga
Bulevar Louis Pasteur, 30 (Campus de Teatinos)
29071 Málaga
www.uma.es/servicio-publicaciones-y-divulgacion-cientifica

Diseño y maquetación: Ángel Olmos

ISBN: XXXXXXXXXXXX

Depósito Legal: XXXXXXXXX

Impresión: XXXXXXXXX

Impreso en España - Printed in Spain

Esta obra también está disponible en formato electrónico.



Esta editorial es miembro de la UNE,
lo que garantiza la difusión y comercialización
de sus publicaciones a nivel nacional.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación
pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con
la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley.

*A Ralph E. Steuer
y Craig A. Piercy,
por acogerme, sin conocerme,
en mi aventura americana
y acompañarme y apoyarme
en mis primeros pasos como investigador.*

ÍNDICE

I. Introducción: la decisión y las matemáticas	II
II. ¿Cómo resolver? Técnicas de decisión multicriterio . . .	19
III. ¿Para qué sirve? Aplicaciones reales	33
IV. Conclusiones	39
Referencias bibliográficas	43

I. INTRODUCCIÓN: LA DECISIÓN Y LAS MATEMÁTICAS

El día 2 de julio de 2018 recibí la llamada del señor secretario general de la Universidad de Málaga, informándome de que me había correspondido el honor de impartir la lección inaugural en la solemne Sesión de Apertura del curso académico 2018-2019. A partir de ese momento, debo tomar una serie de decisiones relativas al contenido y estructura de la lección:

- ¿Qué modelo de lección elijo? ¿Una más teórica, con una carga científica importante? ¿Una más divulgativa, con menos carga teórica pero más adecuada para oyentes con distinta formación?
- Siendo el tiempo de exposición limitado, ¿cómo distribuyo este tiempo entre los distintos apartados de la lección?

Aun siendo, como todas, subjetivas, nada impide sin embargo que reciba alguna ayuda para tomar mis decisiones, en el buen entendido de que dicha ayuda no diluye en forma alguna mi responsabilidad sobre las mismas. Si atendemos a las modas modernas, podría contratar a un *coach* que, tras un adecuado proceso de *mentoring*, me ayudase a construir una lección adaptada al gusto de los nuevos *influencers* universitarios. ¡O mejor aún! Siguiendo las nuevas tendencias políticas, podría hacer una consulta popular, para que la gente vote el modelo de lección

inaugural que prefiera. Me encuentro sin embargo con un problema para esto, y es que, a primeros de julio, no sé quiénes van a asistir a la lección inaugural a finales de septiembre, y a nadie con dos dedos de frente se le ocurriría, digo yo, hacer una consulta popular sin conocer el censo.

Pero, como dije anteriormente, no quiero eludir mi responsabilidad en la decisión, de forma que decido utilizar métodos más clásicos. Recorro por tanto a los libros, al consejo de algunos compañeros y, por supuesto a las Matemáticas, cuyo apoyo me propongo demostrar en esta lección que puede ser muy útil en determinados problemas de decisión.

Los matemáticos tenemos muchas manías, no todas malas. Una que creo que no lo es, consiste en, antes de empezar a enredar con un determinado concepto, definirlo. Eso ahorra muchos malos entendidos y más de una interpretación interesada. Definamos, por tanto, *decidir*. Según el diccionario de la Real Academia Española, *decisión* es: «determinación, resolución que se toma o se da en una cosa dudosa». Por su parte, *decidir* es: «hacer una elección tras reflexionar sobre ella». Parece ser que no hay lección inaugural que se precie que no tenga un significativo contenido de citas de personajes ilustres. No iba yo a ser menos, así que me fui a internet a buscar citas sobre *decisión*. Debo admitir, no sin cierto rubor, que no conocía a la mayoría de los «personajes célebres» de las citas, pero, aun así, me quedé con dos que me parecieron adecuadas para esta lección:

- El escritor británico-canadiense Malcolm Gladwell dice que «la toma de decisiones realmente exitosa reside en un equilibrio entre pensamiento deliberado e intuitivo».
- Simon Sinek, escritor y motivador inglés (esto de «motivador» no sé muy bien lo que es, pero supuse que me iba a transmitir entusiasmo) dice que «no hay decisión que podamos tomar que no venga con algún tipo de equilibrio o sacrificio».

De estas definiciones, extraemos los siguientes elementos que, a mi juicio, configuran las características básicas de toda decisión en el contexto científico que nos ocupa:

Duda. Cualquier decisión se toma en un entorno de duda, y no existe la *mejor decisión* admitida por todos. Personas distintas toman, legítimamente, decisiones distintas para un mismo problema, y una misma persona toma decisiones distintas cuando las circunstancias cambian.

Reflexión. Una decisión debe ser el resultado de una reflexión sobre sus distintas vertientes. Por ejemplo, construir un aeropuerto (con dinero de los demás, por supuesto), sin haberse cerciorado antes de que iba a haber aviones que lo usasen, no se puede catalogar en ningún caso como una decisión científica.

Intuición. El papel del decisor experto es vital en un proceso científico de toma de decisiones. Se trata de proporcionarle técnicas que le ayuden a encontrar la solución que más se ajusta a sus preferencias. Aunque también es cierto que, como mencionan Wierzbicki *et al.* (2000), cuanto mayor son el nivel y la experiencia del decisor, menos inclinado se muestra éste a confiar en las herramientas de análisis de decisión. Es importante, por lo tanto, que el decisor sienta en todo momento que está a los mandos del proceso de decisión (Korhonen y Wallenius, 1996).

Sacrificio. En toda decisión hay que tener en cuenta más de un criterio, que son conflictivos entre sí, es decir, lo que es muy bueno para uno es probablemente muy malo para algún otro. En la mayor parte de los casos, una mejora en un criterio sólo se podrá producir a costa de un empeoramiento (sacrificio) en otro. Esta idea de tasa de intercambio (*tradeoff*, en inglés) entre criterios será de vital importancia en el desarrollo de métodos matemáticos de apoyo a la toma de decisiones.

La Toma de Decisiones Multicriterio (Multiple Criteria Decision Making, MCDM, en inglés) es la rama de la Investigación Operativa que se dedica a los problemas de decisión con varios criterios. Es una disciplina bastante joven, que celebró en 1972, en la Universidad de Columbia, su primera conferencia internacional. Se trata, por lo tanto, de proporcionar técnicas matemáticas de apoyo a la toma de decisiones, para ayudar al decisor a elegir entre varias alternativas, atendiendo a diversos criterios, conflictivos entre sí. Es decir, como en general no existe una solución factible que sea a la vez la mejor para todos los criterios, estas técnicas ayudan al decisor a incorporar sus preferencias al modelo, para encontrar la solución que más se ajusta a ellas.

La Investigación Operativa no es tan joven, aunque tampoco hay que remontarse muy atrás en el tiempo para ver su nacimiento. Hay un acuerdo unánime en que la Investigación Operativa nació como tal durante la Segunda Guerra Mundial. Tal y como detallan Newman (1968) y Churchman *et al.* (1971), a poco de iniciarse el conflicto, la Alemania nazi controlaba la mayor parte de Europa continental. Las operaciones militares de los aliados tenían una enorme dificultad logística. Se trataba de colocar una gran cantidad de tropas, atendiendo a criterios militares (ocupar los mejores lugares en términos estratégicos), pero también a criterios logísticos (estar lo más cerca posible de los recursos como el agua, el alimento, el combustible, etc.). En este contexto, los aliados (primero el Reino Unido y, más tarde, los Estados Unidos) buscan ayuda científica y crean grupos interdisciplinarios formados por biólogos, químicos, físicos, sociólogos, psicólogos y matemáticos para hacer, como la llamaron, Investigación de Operaciones Militares (Military Operations Research), lo que dio más tarde origen al término Investigación Operativa (Operations Research) usado hoy día.

Fueron varios los éxitos conseguidos por estos grupos durante la guerra. Pacheco (2015) señala los siguientes como los más trascendentes:

- Un pequeño grupo de investigadores militares, la Bawdsey Research Station, encabezados por A.P. Rowe, estudian el uso militar de un, por entonces, nuevo sistema de detección denominado *radar* (RAdio Detection And Ranging).
- El grupo ASWORG (Anti-Submarine Warfare Operations Research Group) realizó representaciones matemáticas sobre los temibles submarinos alemanes U-Boot, consiguiendo que se incrementara espectacularmente su localización y hundimiento.
- En 1945, G.J. Stigler planteó el problema de la dieta, ante la preocupación del ejército americano por asegurar los requisitos nutricionales básicos de la tropa al menor coste.

Algunos de estos grupos prosiguieron con sus investigaciones una vez finalizada la guerra. Es el caso de George B. Dantzig, quien, como indica Gass (1985), organizó un grupo de investigación denominado proyecto SCOOP (Scientific Computation Of Optimum Programs), lo que dio lugar al desarrollo del archiconocido método del *símplex* para optimizar problemas lineales.

Tradicionalmente, la Investigación Operativa se ha encargado de encontrar la decisión (o solución) óptima para un problema. ¿Qué es la decisión óptima? Pues bien, desde un punto de vista matemático, optimizar es encontrar, de entre un conjunto de soluciones posibles (factibles), la que es mejor para un determinado criterio. Ello implica maximizar o minimizar un único objetivo. Así, para un inversor, la inversión óptima puede ser la que maximiza su rentabilidad; para un empresario, la decisión óptima puede ser la que minimiza sus costes; para un consumidor, lo óptimo es maximizar su utilidad; para un viajante de comercio, la ruta óptima puede ser la que supone una menor distancia total recorrida, etc. Es obvio que la optimización tradicional funciona con éxito en multitud de aplicaciones reales, por lo que no es mi intención minusvalorarla en ningún caso. Por ejemplo, tras sesudas deliberaciones (que han costado multitud

de años y no menos desencuentros políticos) sobre la manera de mejorar la calidad de nuestro sistema educativo, recientemente hemos conocido que se trataba de un problema de un único criterio: bastaba con hacer no evaluable la asignatura de religión. Si un problema se puede resolver con éxito optimizando un único objetivo, para qué darle más vueltas. Pero bromas (o menos bromas) aparte, la Investigación Operativa cosecha un larguísimo catálogo de aplicaciones exitosas que han permitido diseñar o mejorar procesos a través de la optimización tradicional. Pero esto no es óbice para poder afirmar que, en determinadas situaciones, lo óptimo no es, necesariamente, lo mejor. Tenemos dos ejemplos de ello, también en el ámbito educativo. Hace unos años, tras constatar que las universidades españolas quedaban mal posicionadas en los *rankings* internacionales, nos lanzamos a una carrera hacia la excelencia que ha resultado en que prácticamente todas las universidades españolas (hay algunas que no, para disgusto de sus correspondientes rectores) tienen algún tipo de mención, campus, estudios, etc. de excelencia. No es una buena decisión, entre otras cosas porque, recurriendo de nuevo a la bendita RAE, el vocablo *excelente* significa «que sobresale por sus óptimas cualidades», por lo que es imposible que todos seamos excelentes, ya que todos no podemos sobresalir, a no ser que demos saltos alternativamente (ya sé que un presidente del gobierno español nos hizo pensar que cosas así eran posibles, anunciando que, tras aplicar un nuevo modelo de financiación autonómica, todas las comunidades autónomas iban a quedar por encima de la media estatal en recursos por habitante, pero no se debería hacer mucho caso a ese tipo de anuncios en un entorno académico como el nuestro). Quizás sea más coherente perseguir una mejora en todas las universidades, y la excelencia sólo en algunas (muy pocas). Otro curioso fenómeno optimizador es el bilingüismo. En cierto momento, nos hacemos conscientes de que nuestros jóvenes no aprenden inglés adecuadamente, y decidimos, de la noche a la mañana,

hacerlos a todos bilingües. Con ser el bilingüismo, desde luego, el aprendizaje óptimo de los idiomas, no parece que sea lo más fácil de llevar a cabo, ni siquiera que realmente necesitemos que todos los jóvenes sean bilingües. Basta con que aprendan mejor inglés. Eso sí, a entusiasmo no nos gana nadie, y en poco tiempo llenamos los centros educativos de carteles que proclaman su bilingüismo, aunque ni siquiera el cartel lo sea. Yo mismo podía haber tomado mi decisión acerca del contenido y estructura de esta lección atendiendo al consejo del gran compositor alemán Ludwig van Beethoven: «nunca rompas el silencio, si no es para mejorarlo». La optimización de este único criterio me hubiese llevado irremediablemente a no decir absolutamente nada, lo cual no parece tampoco que hubiese sido la decisión más adecuada. Por estos motivos, entre otros, la propia Sociedad Internacional de Investigación Operativa (The Institute for Operations Research and the Management Sciences, INFORMS) lanzó en 2002 un nuevo lema para definirla: *The Science of Better*, es decir, la ciencia de mejorar, en contraposición a la optimización tradicional.

A poco que nos fijemos, descubrimos que en la mayor parte de las decisiones que se toman habitualmente se tienen en cuenta más de un criterio. Así, un inversor busca maximizar su rentabilidad y minimizar su riesgo; un tratamiento de radioterapia persigue maximizar la irradiación sobre las células cancerígenas, y minimizarla sobre los tejidos sanos circundantes; un estudio de sostenibilidad implica la consideración simultánea de criterios económicos, sociales y medioambientales; para elaborar un *ranking* de universidades hay que considerar criterios docentes e investigadores, etc. El profesor Carlos Romero, a mi juicio el principal investigador español en el tema que nos ocupa, llama a este tipo de problemas en los que hay criterios múltiples *problema económico* (Romero, 1993), siguiendo la denominación de Friedman (1990). En efecto, la economía ha tenido un protagonismo fundamental en el desarrollo de esta

disciplina. En contraposición, a los problemas de optimización tradicional en los que la decisión se establece en función de un único criterio los denomina *problemas tecnológicos*, ya que son problemas de búsqueda y comparación, y todo el mundo está de acuerdo en cuál es la solución óptima, si la tecnología disponible nos permite encontrarla.

Obviamente, la toma de decisiones es tan antigua como el propio ser humano, por lo que es tarea imposible establecer su origen. Sin embargo, se puede bucear en la literatura escrita para encontrar los primeros intentos de formalizar métodos de toma de decisiones. Greco *et al.* (2016) establecen dos antecedentes como, quizás, las primeras metodologías publicadas sobre cómo tomar decisiones:

- **San Ignacio de Loyola** (1491-1556) dejó escrito en sus *Ejercicios Espirituales*, según se menciona en Fortemps y Slowinski (2002), un método consistente en considerar las ventajas de aceptar la propuesta y luego las desventajas. De la misma forma, considerar las ventajas y las desventajas de no aceptarla. A la vista de estas consideraciones, ver hacia dónde se inclina la razón para tomar la decisión.
- **Benjamin Franklin** (1706-1790) describió en una carta a su amigo Joseph Prestley (MacCrimmon, 1973) un método completo para tomar una decisión. Consiste en dividir una hoja de papel en dos columnas, colocando en una las ventajas y en otra los inconvenientes de la alternativa. Posteriormente, se tachan elementos (o grupos de elementos) que tengan la misma importancia. Se decide finalmente la columna que queda cuando la otra se ha tachado por completo.

Más allá de estos métodos pioneros, la Toma de Decisiones Multicriterio ha desarrollado una serie de técnicas matemáticas de apoyo a la toma de decisiones. En el siguiente capítulo se comentan sus líneas básicas.

II. ¿CÓMO RESOLVER? TÉCNICAS DE DECISIÓN MULTICRITERIO

Antes de comenzar, conviene hacer alguna consideración sobre los procesos científicos de toma de decisiones. Budnick *et al.* (1988) organizan el proceso completo de toma de decisiones basada en la investigación operativa en ocho pasos, subdivididos a la vez en tres etapas. La siguiente enumeración es una transcripción literal de la descripción citada:

- **Etapla de premodelización.** Consta de dos pasos:
 1. **Percepción de una necesidad.** Percepción, por parte del decisor, de que se necesita llevar a cabo alguna acción, o de que alguna acción tiene que realizarse mejor.
 2. **Formulación del problema.** Traslación de la necesidad percibida a un establecimiento específico de dicha necesidad, y de los criterios mediante los que se juzgará la solución del problema.
- **Etapla de modelización.** Consta de cuatro pasos:
 3. **Construcción del modelo.** Construcción de una representación matemática del problema.
 4. **Recogida de datos.** Recolección de los elementos específicos del modelo, que caracterizan las condiciones actuales del problema.
 5. **Resolución del modelo.** Manipulación matemática de los datos de entrada para producir unos resultados.

6. **Validación y sensibilidad.** Testeo de los resultados del modelo para garantizar su validez, y determinar las implicaciones de posibles errores al estimar los datos de entrada.
- **Etapas de implementación.** Consta de dos pasos:
 7. **Interpretación de los resultados.** Volver a examinar cuidadosamente los criterios del problema a la luz de los resultados del modelo.
 8. **Implementación y control.** Análisis de los cambios tecnológicos y de comportamiento requeridos, en el corto y en el largo plazo.

En la mayoría de los problemas reales de decisión, el proceso no termina al culminar el octavo paso, sino que la primera resolución suele conducir a una reconsideración de todos los elementos (decisionales, técnicos, del modelo, etc.) para ajustarlos mejor al problema que se desea resolver. Y no sólo me refiero al perfeccionamiento del modelo matemático por parte del analista, sino también (en ocasiones) a la reconsideración por parte del decisor de sus propias preferencias y de sus criterios. Y es que la toma de decisiones multicriterio tiene lugar en un entorno permanente de aprendizaje, por parte de todos los agentes implicados en el proceso. En este sentido, quisiera citar una frase de mi compañero el profesor Enrique Navarro, de la Facultad de Turismo de la UMA, cuando, la primera vez que trabajamos juntos, al estar modelizando su problema, nos dijo: «nos estáis haciendo pensar en cosas en las que no habíamos pensado nunca». Es la síntesis perfecta de cómo el tratamiento matemático de los problemas propicia (y prácticamente lo impone) el aprendizaje.

Volvamos pues a mis decisiones sobre la estructura y contenido de esta lección inaugural. La primera va a consistir en elegir un modelo base de lección, de entre las siguientes cinco alternativas que, tras un estudio de las distintas posibilidades, he seleccionado como las posibles decisiones:

- **A₁: Modelo formal y teórico.** Al fin y al cabo, se trata de matemáticas, y mis compañeros esperan de mí un riguroso tratado plagado de fórmulas, definiciones y teoremas. Esta alternativa iría en la línea del consejo de mis admirados Les Luthiers: «si no puedes convencerles, confúndeles».
- **A₂: Modelo divulgativo.** Por el contrario, está la opción de una lección divulgativa, al alcance del gran público, no necesariamente versado en matemáticas, que convenza de la utilidad de la Toma de Decisiones Multicriterio a cualquier potencial usuario.
- **A₃: Modelo basado en competencias.** Dado que ésta es la primera lección del curso, podemos seguir la metodología empleada en todas las demás, y hacer una exposición profundamente boloñesa basada en competencias. Vamos, lo ideal para enseñar a aprender.
- **A₄: Modelo políticamente comprometido.** Ya que estamos en una Universidad y el fomento del espíritu crítico es una de nuestras principales misiones, voy a volcar en la charla algunas de mis ideas políticas y de mis opiniones sobre los asuntos de la actualidad que nos preocupan.
- **A₅: Modelo mixto.** Finalmente, me planteo un modelo híbrido, que contenga algo de los cuatro modelos previamente definidos. Es una tarea complicada, pero puede dar buenos resultados...

Para tomar esta decisión, he decidido tener en cuenta los cinco criterios siguientes (el número de alternativas y de criterios no tiene, obviamente, por qué coincidir; es casualidad):

- **C₁: Contenido científico.** Obviamente, una lección inaugural debe contener una buena dosis de material científico, puesto suficientemente al día, que informe de las líneas y logros de investigación modernos en el ámbito que nos ocupa.
- **C₂: Aménidad.** No se trata de dormir a la audiencia. Es importante que la lección sea amena.

- **C_3 : Probabilidad de boicot democrático.** Este criterio merece una explicación. Si la lección contiene elementos políticos, y éstos no gustan en determinados ámbitos, corremos el riesgo de que un grupo de personas, tremendamente demócratas, entren en el salón de actos el día de la inauguración y me impidan hablar, al tiempo que me tachan de fascista. Este fenómeno se está dando con demasiada frecuencia en las aulas universitarias españolas, por lo que es mejor minimizar este riesgo.
- **C_4 : Tiempo de preparación.** Me han avisado a principios de julio, por lo que debo preparar esta lección durante el verano, y aspiro a tener algunas vacaciones, que parezca que soy funcionario. De forma que quiero minimizar también el tiempo de preparación de la lección.
- **C_5 : Contenido social.** Finalmente, también me interesa que la lección contenga elementos de interés social, no propiamente científicos, porque, al fin y al cabo, la Toma de Decisiones es parte fundamental de todo sistema social.

Este es lo que llamamos un *problema discreto*, ya que tiene un número finito de alternativas. Una vez establecidos las alternativas y los criterios de mi decisión, la fase siguiente consiste en llevar a cabo la evaluación de cada una de las alternativas para cada uno de los criterios. Esta evaluación se recoge en la llamada *matriz de evaluación*, que se puede ver en la FIGURA 1.

		Criterios				
Alternativas		Contenido Científico	Amenidad	Prob. boicot democrático	Tiempo de preparación	Contenido social
		Minutos máximo	Escala 1-10 máximo	Porcentaje mínimo	Horas mínimo	Minutos máximo
	Formal y teórica	25	2	10%	80	2
	Divulgativa	10	9	20%	90	15
	Basada en competencias	8	5	30%	130	5
	Políticamente comprometida	5	5	90%	60	20
	Modelo mixto	15	7	30%	100	10

FIGURA I. Matriz de evaluación del problema. Elaboración propia.

Debajo de cada criterio figura la escala en la que está medido así como su sentido optimizador, es decir, si se quiere maximizar o minimizar. Así, decido medir el contenido científico de las lecciones en minutos, para lo cual he estimado que una lección formal y teórica contiene 25 minutos de contenido científico, una divulgativa 10 minutos, y así sucesivamente. La amenidad se ha medido en una escala del 1 al 10, de forma que cuanta más puntuación tenga una alternativa, más amena es. Es importante observar que esta escala ya contiene elementos subjetivos. En efecto, no hay casi nada inocente en la matriz de evaluación, por lo que hay que poner especial cuidado en que responda verdaderamente a las opiniones del decisor. De la misma forma, la probabilidad de boicot democrático se mide en porcentaje, el tiempo previsto de preparación se mide en horas y el contenido social se mide en minutos, de la misma forma que el científico. Como puede observarse, hay alternativas, como la formal y teórica y la políticamente comprometida, con valores muy extremos (ambas tienen los mejores valores

posibles para dos criterios y los peores para otros dos), y otras con valores más intermedios. Es interesante en este punto comentar que en muchos métodos es necesario que el decisor mida la utilidad que le reporta cada criterio, lo cual no es necesariamente su valor, ni siquiera una función lineal de dicho valor. Para entender este punto, veamos un ejemplo. Supongamos que estoy midiendo la utilidad de publicar un número de artículos en revistas indexadas en el JCR, de cara a la obtención de mi próximo sexenio de investigación. Supongamos que en mi campo de investigación se exigen cinco artículos JCR para la concesión del sexenio. Si esto es así, mi utilidad al publicar artículos irá creciendo hasta el quinto, pero crecerá mucho menos (o incluso permanecerá constante) a partir del sexto, ya que no me produce utilidad adicional alguna de cara a la obtención del sexenio. Es más, si nos encontramos próximos al final del periodo del sexenio, puede que incluso la utilidad decrezca al publicar artículos a partir del sexto, ya que sería preferible que se publicaran más tarde (una vez iniciado el siguiente periodo). Claro, los incentivos incentivan a lo que incentivan. Si el objetivo del incentivo es que yo publique cinco artículos JCR, entonces está bien diseñado. Si su objetivo es, sin embargo, que yo publique el mayor número posible de artículos JCR, entonces está mal diseñado.

Esta lección debe constar, a mi juicio, de cuatro secciones: una introducción, una dedicada a una somera descripción de las distintas técnicas multicriterio que existen, otra en la que se comentan algunas aplicaciones reales del MCDM y una última de conclusiones. Así pues, debo tomar ahora una segunda decisión: ¿cómo repartir el tiempo disponible entre las cuatro secciones de la lección? Nótese que este problema es esencialmente distinto del anterior, en el que teníamos cinco alternativas entre las que elegir. Sin embargo, ahora hay infinitas alternativas: las infinitas formas de repartir la duración total de la lección entre cuatro secciones. Estamos pues ante lo

que llamamos un *problema continuo*. Su modelización se lleva a cabo a través de lo que denominamos *variables de decisión*, *restricciones* y *funciones objetivo*:

- **Variables de decisión.** Estas variables son los elementos cuyo valor constituye la decisión a tomar. En mi caso, como debo determinar el tiempo dedicado a cada una de las cuatro secciones, tengo cuatro variables de decisión:
 - I : minutos dedicados a la introducción,
 - T : minutos dedicados a la descripción de las técnicas,
 - A : minutos dedicados a comentar las aplicaciones reales,
 - C : minutos dedicados a las conclusiones.
- **Restricciones.** No cualquier combinación de valores para estas variables es admisible (factible) para el problema. El conjunto de valores posibles para estas variables es lo que denominamos *conjunto factible* o *conjunto de oportunidades*, y lo definimos a través de una serie de relaciones matemáticas entre las variables, que denominamos restricciones. En nuestro caso, decido establecer las siguientes restricciones:
 - *Tiempo disponible.* La exposición no debe durar más de 30 minutos. La expresión matemática de esta restricción es la siguiente:
$$I + T + A + C \leq 30$$
 - *Amenidad.* Me preocupa especialmente la amenidad de la exposición, por lo que establezco que ésta no debe tener más de 15 minutos aburridos. Basándome en la experiencia adquirida en anteriores exposiciones, estimo que un 30 % de la introducción es aburrida, así como un 70 % de la exposición de las técnicas, un 10% de la sección de aplicaciones y un 40 % de las conclusiones. Así pues, esta restricción se corresponde con la siguiente expresión matemática:

$$0.3I + 0.7T + 0.1A + 0.4C \leq 15$$

- *Duraciones mínimas.* Cada sección debe durar, al menos, 5 minutos:

$$I, T, A, C \geq 5$$

- **Funciones objetivo.** Son la formalización matemática de los criterios que guían la decisión. En mi caso, deseo maximizar tanto el contenido teórico de la lección, como su contenido práctico. De forma análoga a la restricción de amenidad, he estimado los porcentajes de contenidos teórico y práctico de cada una de las secciones, obteniendo así los siguientes objetivos:

- *Contenido teórico.* Deseamos maximizar la siguiente función de las variables de decisión:

$$CT(I, T, A, C) = 0.3I + 0.8T + 0.3A + 0.4C$$

- *Contenido práctico.* Deseamos maximizar la siguiente función de las variables de decisión:

$$CP(I, T, A, C) = 0.7I + 0.2T + 0.5A + 0.1C$$

Un segundo paso en la construcción del modelo consiste en preguntarse si hay alguna alternativa que podamos desechar previamente. Es decir, ¿hay alguna alternativa que no elegiría ningún decisor (racional), fueren cuales fueren sus preferencias? En efecto, una alternativa es dominada, si existe otra que mejora o iguala todos los criterios (mejorando alguno estrictamente). En contraposición, decimos que una alternativa es eficiente si no se puede mejorar un criterio sin empeorar otro. Esta definición se basa en la que en su día diera el economista italiano Wilfredo Pareto sobre la eficiencia en una comunidad de individuos, por lo que también se denomina *óptimo de Pareto*. Así, observando la FIGURA 1, podemos concluir que la alternativa A_3 está dominada por la alternativa A_5 , ya que esta última la mejora o iguala en todos los criterios. Por lo tanto, ningún decisor racional elegiría la alternativa A_3 , ya que hay otra que es claramente mejor. Las otras cuatro alternativas son eficientes.

La detección de las soluciones dominadas y eficientes no es tan sencilla en el caso continuo. En este problema con dos funciones objetivo, es interesante observar la representación gráfica de la FIGURA 2. En ella aparecen las combinaciones factibles en el espacio de objetivos, es decir, los tiempos de contenido teórico y práctico que pueden tomar simultáneamente las distintas combinaciones factibles de tiempo del problema. Se ha representado el contenido teórico en el eje horizontal (por tanto, cuanto más a la derecha, mayor contenido teórico y cuanto más a la izquierda, menos) y el contenido práctico en el eje vertical (por tanto, cuanto más arriba, mayor contenido práctico y cuanto más abajo, menos).

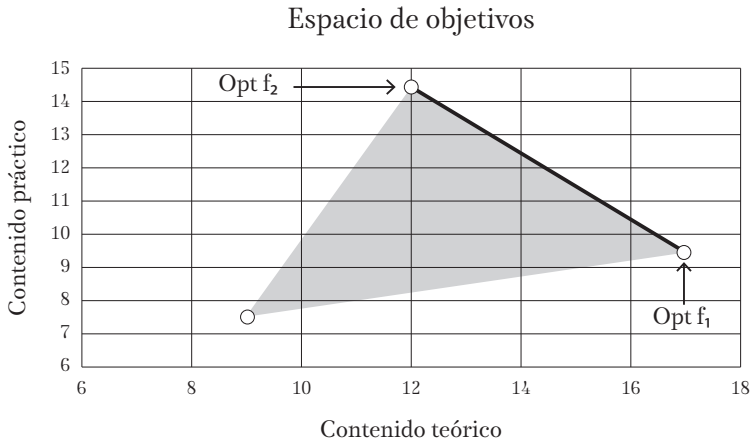


FIGURA 2. Conjunto eficiente de un problema continuo. Elaboración propia.

Así pues, el punto situado más a la derecha nos proporciona el mejor valor posible del contenido teórico (17 minutos), y el punto situado más arriba nos indica el mejor valor posible del contenido práctico (14.5 minutos). Podemos, además, deducir que el conjunto eficiente es la frontera noreste del conjunto factible, es decir, el segmento sombreado, ya que no es posible

mejorar los dos objetivos a la vez. Además, es posible obtener los rangos de variación de cada objetivo en el conjunto eficiente: el contenido teórico varía entre 12 y 17 minutos, y el práctico entre 9.5 y 14.5 minutos. Lamentablemente, este conjunto eficiente no siempre tiene una forma tan sencilla. Por ello, existen diversos métodos multiobjetivo para obtener una aproximación fiable de dicho conjunto (Zeleny, 1982; Yu, 1985; Steuer, 1986; Miettinen, 1999).

Una vez completada la fase de modelización y detección de soluciones eficientes, pasamos a la fase de resolución propiamente dicha, en la que se deben incorporar las preferencias del decisor al modelo para encontrar la solución que más se ajusta a ellas. Existen multitud de técnicas distintas, que difieren, precisamente en la forma en que el decisor establece estas preferencias. De forma muy esquemática, el decisor puede proporcionar:

- En el caso discreto (Roy, 1968; Keeney y Raiffa, 1976; Saaty, 1977; Brans *et al.*, 1984):
 - *Pesos* preferenciales a cada uno de los criterios,
 - *Utilidades*, como se comentó anteriormente, o una versión más relajada de las mismas, denominada *pseudocriterio*,
 - *Umbrales* de indiferencia o de preferencia para los criterios,
 - *Comparaciones por pares* de las alternativas para cada uno de los criterios.
- En el caso continuo (Charnes *et al.*, 1955; Zadeh, 1963; Haimes *et al.*, 1971; Benayoun *et al.*, 1971; Geoffrion *et al.*, 1972; Wierzbicki, 1980; Steuer y Choo, 1983; Deb *et al.*, 2002):
 - *Tradeoffs*: especificación o valoración de tasas de intercambio entre objetivos,
 - *Niveles deseables*, que al decisor le gustaría alcanzar para cada objetivo,
 - *Elección de una solución* entre varias soluciones eficientes,

→ *Clasificación* de los objetivos en grupos, según se desee mejorarlos, empeorarlos o mantenerlos en sus niveles actuales.

Veamos dos posibles soluciones para mis decisiones sobre la lección inaugural. La FIGURA 3 presenta el orden obtenido para mis alternativas sobre el modelo de lección. Se ha considerado el mismo peso para todos los criterios, y una representación lineal de las utilidades.

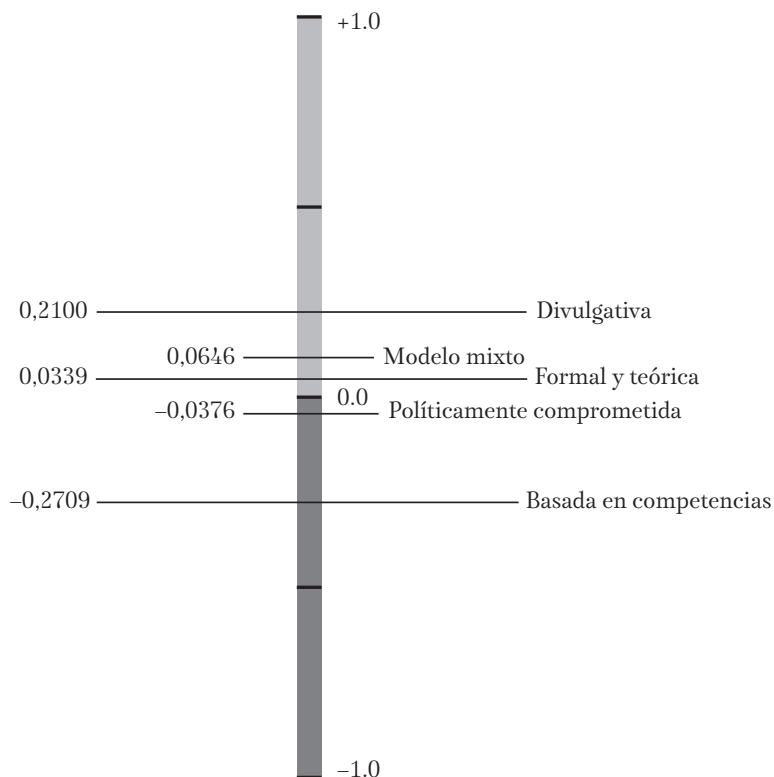


FIGURA 3. Ordenación de las alternativas. Elaboración propia, con Visual Promethee.

Como se puede observar, la opción *divulgativa* supera a todas las demás. Por su parte, la diferencia de valoración entre las alternativas *modelo mixto* y *formal y teórica* es muy pequeña, por lo que hay que ser muy cautos al presentar esta relación al decisor. Con toda seguridad, al realizar un análisis de sensibilidad sobre los parámetros utilizados en el modelo, veríamos que ligeras variaciones en algunos harían variar el orden obtenido para estas dos alternativas. Es importante proporcionar esta información al decisor para que pueda tomar sus decisiones con más conocimiento de causa.

Para concluir, veamos cómo podría ser la resolución del ejemplo de los tiempos de la lección inaugural. Supongamos que decido dar unos niveles deseados para estos objetivos:

- Que el contenido teórico sea, al menos, de 14 minutos;
- Que el contenido práctico sea, al menos, de 11 minutos.

Resolviendo el problema resultante, la distribución de tiempos de la solución obtenida, que se representa en la FIGURA 4, es la siguiente:

- 9.5 minutos para la introducción,
- 10.5 minutos para las técnicas,
- 5 minutos para las aplicaciones,
- 5 minutos para las conclusiones.

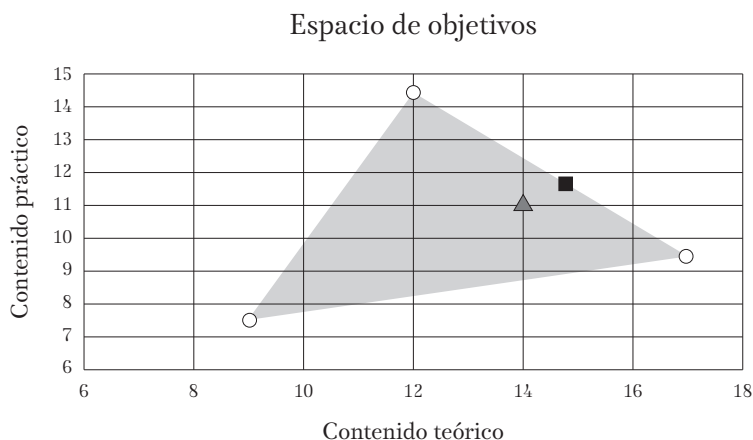


FIGURA 4. Solución con niveles deseables. Elaboración propia.

Los valores de las funciones objetivo en la solución son de 14.75 minutos para el contenido teórico, y 11.75 minutos para el contenido práctico. Como se puede comprobar, el punto de referencia dado (triángulo), era dominado, por lo que el método de punto de referencia encuentra una solución eficiente que lo domina (cuadrado). Podríamos ahora realizar alguna iteración mediante un método interactivo de clasificación. Por ejemplo, supongamos que, a la vista de la solución, decido que quiero que mejore el tiempo de contenido práctico, a costa de relajar el teórico hasta 14 minutos. La nueva solución (FIGURA 5) determina ahora unos tiempos de 11 minutos para la introducción y 9 para las técnicas (aplicaciones y conclusiones siguen durando 5 minutos cada una).

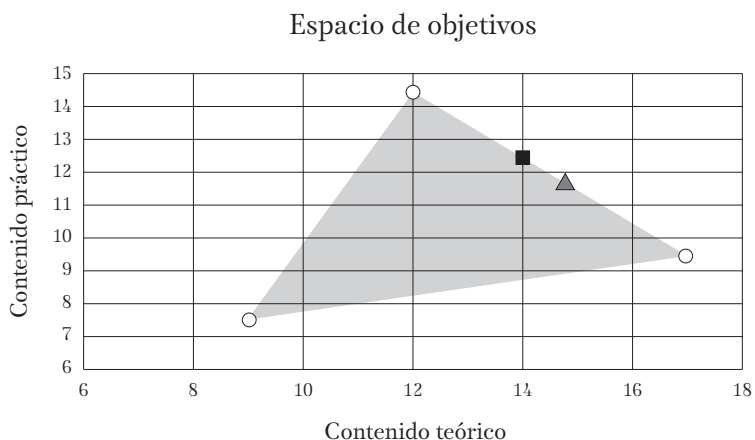


FIGURA 5. Interacción mediante clasificación. Elaboración propia.

En la nueva solución, a partir del punto anterior (triángulo), se ha sacrificado el tiempo de contenido teórico, que ha bajado hasta 14 minutos, para mejorar el tiempo de contenido práctico, que ha subido a 12.5 minutos (cuadrado). Este tipo de iteración se puede repetir hasta lograr una solución con la que se esté satisfecho.

III. ¿PARA QUÉ SIRVE? APLICACIONES REALES

En los capítulos anteriores, hemos utilizado ejemplos hipotéticos sobre decisiones acerca del contenido y estructura de esta lección inaugural. Se trata, claro está, de un ejemplo de andar por casa, por calificarlo generosamente. Pero, ahora en serio: ¿sirve esto para algo? ¿De verdad pueden ayudarnos las matemáticas a elegir en problemas reales complejos (es decir, útiles)? La respuesta a esta pregunta parece obvia: si podemos modelizar matemáticamente el problema, entonces las matemáticas ciertamente nos pueden ayudar a decidir. ¿Y qué problemas se pueden modelizar matemáticamente? Pues según Galileo, todos («las Matemáticas son el alfabeto con el que Dios ha escrito el universo»). Yo creo que, dada la mala fama que siempre hemos tenido los matemáticos, fue esta frase la que le procuró al genial científico italiano sus problemas con la iglesia, y no las tonterías sobre si la tierra se mueve o no...

Lo cierto es que son múltiples las aplicaciones reales de la Toma de Decisiones Multicriterio que se pueden encontrar en la literatura científica. En dos revisiones bibliográficas (Stewart *et al.*, 2008; Greco *et al.*, 2016), pueden encontrarse aplicaciones reales en campos tan diversos como:

- Finanzas. Selección de carteras (acciones, proyectos, etc.).
- Ingeniería industrial.

- Sector de la energía.
- Planificación y diseño de redes de telecomunicaciones.
- Medicina y salud.
- Desarrollo sostenible.
- Logística.
- Planificación de uso del suelo.
- ...

En este capítulo, comentaré brevemente algunas de estas aplicaciones. Podría haber escogido otras muchas. Simplemente, he seguido los criterios de que fuesen suficientemente interesantes y con una temática variada.

Diseño aerodinámico (Hasenjäger *et al.*, 2005).

Se trata de una aplicación de técnicas multicriterio al diseño en tres dimensiones de hojas de estátor (la parte fija) en una turbina de gas. El tratamiento de este tipo de problemas es especialmente complejo, por varios motivos. En primer lugar, habitualmente, se necesita tener en cuenta una gran cantidad de parámetros de diseño que incrementan la complejidad del modelo. Por otro lado, no se dispone de una función analítica para evaluar las prestaciones del diseño, por lo que no son aplicables los algoritmos tradicionales basados en el cálculo diferencial. Además, para evaluar la calidad de los diseños, es generalmente necesario realizar simulaciones o experimentos costosos.

En este estudio se tienen en cuenta dos objetivos:

1. La pérdida media de presión, que indica la eficiencia energética de la hoja,
2. La variación de la presión estática según el ángulo de la hoja.

Se propone el uso de diversas técnicas heurísticas para detectar el conjunto de diseños eficientes.

Turnos de trabajo de controladores aéreos (Tello *et al.*, 2018).

Se trata de cubrir una sectorización del espacio aéreo con un número determinado de controladores. Para cada día se conoce el número de sectores que se van a abrir y el número de controladores, con sus respectivas cualificaciones, de los que se va a disponer para controlar los sectores abiertos, y se ~~trata de~~ determinar sus turnos de la mejor forma posible. Las restricciones modelizan las condiciones laborales de los controladores y las normas de seguridad.

En el estudio se han considerado cuatro objetivos:

1. Duración de los periodos de trabajo y descanso,
2. La estructura de la solución debe ser similar a las plantillas que utilizan actualmente para que no suponga un cambio muy brusco,
3. Minimizar el número de cambios de control (equivalente a minimizar el número de periodos de descanso en cada turno),
4. La carga de trabajo de los controladores debe ser equilibrada.

El problema se resolvió con un método heurístico, combinado con los niveles de referencia expresados por el centro decisor. Se han comparado las soluciones obtenidas con la metodología multicriterio utilizada y las que se aplicaban en la realidad. En todos los casos, las soluciones proporcionadas son mejores que las aplicadas (mejoran los objetivos) y en algunas de ellas fueron necesarios un número menor de controladores.

Radioterapia de intensidad modulada.

Los procedimientos modernos emplean una tecnología denominada radioterapia de intensidad modulada, que hace uso de un colimador multihoja que permite dar forma a los haces de irradiación y controlar la intensidad de la misma a lo largo de la dirección del haz. Esta tecnología permite a los pacientes recibir tratamientos más complejos, pero la cantidad de

opciones disponibles hace imposible su planificación manual. Los modelos matemáticos para este tratamiento están basados en una discretización, tanto del área de cuerpo que va a recibir el tratamiento, que se divide en elementos cúbicos denominados *vóxeles*, como de los propios haces, que se dividen en trozos denominados *bíxeles*. La dosis de radiación recibida en cada vóxel se controla mediante la modulación de la intensidad.

Dos son los objetivos que hay que tener en cuenta en este problema:

1. Administrar la dosis conveniente en la zona tumoral,
2. Preservar los tejidos sanos circundantes.

Tradicionalmente, el problema se ha resuelto utilizando modelos de optimización de un único objetivo, que es básicamente una suma ponderada de los objetivos citados. Sin embargo, ya se pueden encontrar en la literatura científica aplicaciones de metodologías multicriterio a esta modelización. Por ejemplo, Hamacher y Küfer (2002) aplican diseños multiobjetivo para determinar el conjunto eficiente del problema, Jee *et al.* (2007) establecen un método lexicográfico (utilizando niveles de prioridad), y Ehr Gott y Winz (2008) diseñan un procedimiento interactivo para encontrar la mejor solución.

Hay varias aplicaciones que, modestamente, se han llevado a cabo (o están en marcha) en el grupo de investigación al que pertenezco. Entre ellas, cabe citar:

- La optimización de los sistemas auxiliares de una central térmica (Ruiz *et al.*, 2015).
- El diseño de rutas para la recogida de residuos sólidos urbanos en la provincia de Málaga (Delgado, 2018).
- La construcción de indicadores sintéticos, a partir de una batería de indicadores simples. Estas técnicas se han aplicado en diversos ámbitos:

- Sector turístico (Blancas *et al.*, 2010; Navarro *et al.*, 2012; Gallego, 2015; Damian, 2016),
- Medición de la sostenibilidad (Cabello *et al.*, 2014a),
- Inversión socialmente responsable (Cabello *et al.*, 2014b),
- *Rankings* de universidades.

IV. CONCLUSIONES

Me gustaría concluir esta lección con unas breves líneas para afianzar las principales ideas que he querido transmitir en ella. Tradicionalmente, la Investigación Operativa ha venido ayudando a la toma de decisiones a través de los métodos de optimización. Se trata de modelizar un problema de forma que la elección óptima consiste en encontrar, de entre un conjunto de soluciones posibles, la que optimiza un único criterio. Es indudable que este enfoque ha conseguido (y seguirá consiguiendo) importantes logros en muy diversos campos de aplicación. Sin embargo, la optimización tradicional no es necesariamente válida en todos los ámbitos. Ello es así porque no siempre lo óptimo es la mejor solución posible. Puede ser que la solución óptima sea muy compleja de implementar, o que sea demasiado sensible a cambios en las condiciones del problema que hagan que deje de ser factible. Además, un problema de optimización no es, en esencia, un problema de decisión, ya que toda decisión tiene un componente subjetivo, mientras que la optimización es un problema tecnológico de búsqueda (que puede ser extremadamente complicado, eso sí) que no admite opiniones más allá de la propia modelización del problema: todo el mundo estará de acuerdo en que una opción es la que tiene el precio más bajo, por ejemplo, al menos hasta que aparezca otra más barata, que nuevamente convencerá a todos.

Desde el punto de vista matemático, una decisión se caracteriza por la consideración de varios objetivos en conflicto: lo que es muy bueno para uno, es muy malo para otro. Por tanto, la alternativa elegida depende de la importancia concedida a cada uno de los objetivos y esto es, en esencia, subjetivo. Partimos, pues, de la base de que no existe una decisión que todos admitan como la mejor. Como decía antes, la decisión es competencia, y también responsabilidad, del que decide. En este ámbito, la Toma de Decisiones Multicriterio (MCDM) es la rama de la Investigación Operativa encargada de desarrollar técnicas matemáticas de apoyo a la toma de decisiones. Es importante insistir en que no se trata de que las Matemáticas decidan por nosotros, sino de aplicar técnicas que incluyen las preferencias del decisor en el modelo, para ayudarlo a encontrar *SU* mejor decisión. Por ello, el factor clave, a mi juicio, de la modelización y resolución matemáticas de un problema de decisión es el aprendizaje. Todos los agentes implicados en el proceso aprenden a lo largo del mismo. Por supuesto, el analista aprende sobre el problema y su entorno. Pero el decisor también aprende sobre la estructura del problema y el grado de conflicto entre los objetivos y también, en ocasiones, sobre sus propias preferencias. Al fin y al cabo, como docentes sabemos bien que no hay mejor forma de aprender algo que tener que enseñarlo (si esto se hace con responsabilidad). Así pues, enseñar a un modelo matemático sobre nuestro problema es, sin duda, una fuente aprendizaje.

La Toma de Decisiones Multicriterio pone a nuestra disposición un amplio abanico de técnicas para adaptarnos de la mejor forma posible tanto a las características específicas de cada problema como a la manera en la que el decisor se sienta más cómodo proporcionando la información necesaria acerca de sus preferencias. Es responsabilidad del analista conocer las distintas técnicas para poder seleccionar la más adecuada en cada circunstancia, sin aportar su subjetividad al proceso.

Como hemos visto, las metodologías multicriterio se han aplicado con éxito en multitud de problemas reales de ámbitos muy diversos. Además, en España tenemos la suerte de contar con grupos de investigación de reconocido prestigio a nivel internacional, por lo que estaría muy satisfecho si esta lección sirviese para que investigadores de otros ámbitos se hagan conscientes de la ayuda que las matemáticas pueden ofrecer, y se animen a contactar con nosotros. Créanme, será una buena decisión.

No me queda más remedio que terminar con una confesión. En realidad, no he utilizado técnicas multicriterio para tomar las decisiones sobre el contenido y estructura de esta lección inaugural. Como pueden suponer, hubiese sido matar moscas a cañonazos, y no quiero yo que alguna asociación animalista la tome conmigo. Los ejemplos han sido sólo eso: ejemplos para ayudarme a exponer las ideas, y espero que hayan sido de utilidad. En realidad, no hay metodología que sustituya a la experiencia (y a la intuición que de ella se deriva) del decisor. Pero en determinados problemas complejos, es posible apoyar a esta experiencia desde la Toma de Decisiones Multicriterio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BENAYOUN, R., DE MONTGOLFIER, J., TERGNY, J., y LARITCHEV, O.: «Programming with multiple objective functions: step method (STEM)». *Mathematical Programming*, vol. 1 (3), páginas 366-375, 1971.
- BLANCAS, F., CABALLERO, R., GONZÁLEZ, M., LOZANO-OYOLA, M., y PÉREZ, F.: «Goal programming synthetic indicators: An application for sustainable tourism in Andalusian coastal countries». *Ecological Economics*, vol. 69, páginas 2158-2172, 2010.
- BRANS, J., MARESCHAL, B., y VINCKE, P.: «PROMETHEE: A new family of outranking methods in multicriteria analysis». En *Operational Research'84* (editado por J. Brans), páginas 408-421. North-Holland, Amsterdam, 1984.
- BUDNICK, F., MCLEAVEY, D., y MOJENA, R.: *Principles of Operations Research for Management*. Irwin, Homewood, Illinois, 1988.
- CABELLO, J., NAVARRO, E., PRIETO, F., RODRÍGUEZ, B., y RUIZ, F.: «Multicriteria development of synthetic indicators of the environmental profile of the Spanish regions». *Ecological Indicators*, vol. 39, páginas 10-23, 2014a.
- CABELLO, J. M., RUIZ, F., PÉREZ-GLADISH, B., y MÉNDEZ-RODRÍGUEZ, P.: «Synthetic indicators of mutual funds' environmental responsibility: An application of the reference point method». *European Journal of Operational Research*, vol. 236, páginas 313-325, 2014b.
- CHARNES, A., COOPER, W., y FERGUSON, R.: «Optimal estimation of executive compensation by linear programming». *Management Science*, vol. 1 (2), páginas 138-151, 1955.

- CHURCHMAN, C., ACKOFF, R., y ARNOFF, E.: *Introducción a la Investigación Operativa*. Aguilar, Barcelona, 1971.
- DAMIAN, I.: *Estudio de la sostenibilidad en destinos turísticos a través de la participación comunitaria: el caso de la Costa del Sol*. Universidad de Málaga, Málaga, 2015. Tesis Doctoral.
- DEB, K., AGRAWAL, S., PRATAP, A., y MEYARIVAN, T.: «A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II». *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6 (2), páginas 182-197, 2002.
- DELGADO-ANTEQUERA, L.: *An interactive approach to the multiobjective waste collection problem. A real application in a southern city of Spain*. Universidad de Málaga, Málaga, 2018. Tesis Doctoral.
- EHRGOTT, M., y WINZ, I.: «Interactive decision support in radiation therapy treatment planning». *OR Spectrum*, vol. 30, páginas 311-329, 2008.
- FORTEmps, P., y SLOWINSKI, R.: «A graded quadrivalent logic for preference modelling: Loyola-like approach». *Fuzzy Optimization and Decision Making*, vol. 1, páginas 93-111, 2002.
- FRIEDMAN, M.: *Teoría de los Precios* (2.^a edición). Alianza Editorial, Madrid, 1990.
- GALLEGO, I.: *Vulnerabilidad de los destinos turísticos. Propuesta de un sistema de indicadores para su gestión*. Universidad de Málaga, Málaga, 2015. Tesis Doctoral.
- GASS, S.: *Linear Programming. Methods and Applications*. International Thomson Publishing, Danvers, Massachusetts, 1985.
- GEOFFRION, A., DYER, J., y FEINBERG, A.: «An interactive approach for multi-criterion optimization, with application to the operation of an academic department». *Management Science*, vol. 19 (4), páginas 357-368, 1972.
- GRECO, S., EHRGOTT, M., y FIGUEIRA, J., editores: *Multiple Criteria Decision Analysis. State of the Art Surveys*. Springer, New York, 2016.
- HAIMES, Y., LASDON, L., y WISMER, D.: «On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization». *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 1, páginas 296-297, 1971.

- HAMACHER, H., y KÜFER, K.: «Inverse radiation therapy planning - a multiple objective optimization approach». *Discrete Applied Mathematics*, vol. 118, páginas 145-161, 2002.
- HASENJÄGER, M., SENDHOFF, B., SONODA, T., y ARIMA, T.: «Three dimensional evolutionary aerodynamic design optimization using single and multi-objective approaches». En *Evolutionary and deterministic methods for design, optimization and control with applications to industrial and societal problems. Proceedings, EUROGEN 2005* (editado por R. Schilling, W. Haase, J. Periaux, H. Baier y G. Bugada). FLM, TU, Munich, 2005.
- JEE, K., MCSHAN, D., y FRAASS, B.: «Lexicographic ordering: intuitive multi-criteria optimization for IMRT». *Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, páginas 1.845-1.861, 2007.
- KEENEY, R., y RAIFFA, H.: *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Wiley, 1976.
- KORHONEN, P., y WALLENIUS, J.: «Behavioral issues in MCDM: Neglected research questions». *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, vol. 5, páginas 178-182, 1996.
- MACCRIMMON, K.: «An overview of multiple objective decision making». En *Multiple Criteria Decision Making* (editado por J. Cochrane y M. Zeleny), páginas 18-43. University of South Carolina Press, Columbia, 1973.
- MIETTINEN, K.: *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, 1999.
- NAVARRO, E., TEJADA, M., ALMEIDA, F., CABELLO, J., CORTÉS, R., DELGADO, J., FERNÁNDEZ, F., GUTIÉRREZ, G., LUQUE, M., MÁLVAREZ, G., MARCENARO, O., NAVAS, F., RUIZ, F., RUIZ, J., y SOLÍS, F.: «Carrying capacity assessment for tourist destinations. Methodology for the creation of synthetic indicators applied in a coastal area». *Tourism Management*, vol. 86, páginas 1.337-1.346, 2012.
- NEWMAN, J.: *SIGMA: El Mundo de las Matemáticas*. Grijalbo, Barcelona, 1968.
- PACHECO, J.: *La Introducción a la Investigación Operativa: el Papel de las Matemáticas en la Toma de Decisiones. Aplicaciones Sociales, Humanitarias y Sanitarias*. Universidad de Burgos, Burgos, 2015.

- ROMERO, C.: *Teoría de la Decisión Multicriterio: Conceptos, Técnicas y Aplicaciones*. Alianza Editorial, Madrid, 1993.
- ROY, B.: «Classement et choix en présence de points de vue multiples, la méthode ELECTRE». *Révue Française D'Informatique et de Recherche opérationnelle*, vol. 2, páginas 57-75, 1968.
- RUIZ, A., LUQUE, M., RUIZ, F., y SABORIDO, R.: «A combined interactive procedure using preference-based evolutionary multiobjective optimization. Application to the efficiency improvement of the auxiliary services of power plants». *Expert Systems with Applications*, vol. 42, páginas 7466-7482, 2015.
- SAATY, T.: «A scaling method for priorities in hierarchical structures». *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 15 (3), páginas 234-281, 1977.
- STEUER, R., y CHOO, E.: «An interactive weighted Tchebycheff procedure for multiple objective programming». *Mathematical Programming*, vol. 26, páginas 326-344, 1983.
- STEUER, R.: *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application*. John Wiley & Sons, New York, 1986.
- STEWART, T., BANDTE, O., BRAUN, H., CHAKRABORTI, N., EHROGOTT, M., GÖBELT, M., JIN, Y., NAKAYAMA, H., POLES, S., y DI STEFANO, D.: «Realworld applications of multiobjective optimization». En *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches* (editado por J. Branke, K. Deb, K. Miettinen y R. Slowinski), páginas 285-327. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- TELLO, F., MATEOS, A., JIMÉNEZ-MARTÍN, A., y SUÁREZ, A.: «The air traffic controller work shift scheduling problem in Spain from a multi-objective perspective: A metaheuristic and regular expression-based approach». *Mathematical Problems in Engineering*, 2018. En prensa. Disponible online: <https://doi.org/10.1155/2018/4719178>.
- WIERZBICKI, A.: «The use of reference objectives in multiobjective optimization». En *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol. 177 (editado por G. Fandel y T. Gal), páginas 468-486. Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- WIERZBICKI, A., MAKOWSKI, M., y WESSELS, J., editores: *Model-Based Decision Support Methodology with Environmental Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.

- YU, P.: *Multiple-Criteria Decision Making. Concepts, Techniques, and Extensions*. Plenum Press, New York, 1985.
- ZADEH, L.: «Optimality and non-scalar-valued performance criteria». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 8, páginas 59-60, 1963.
- ZELENY, M.: *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw Hill, New York, 1982.

