

¿QUÉ ES «LO MEJOR»?

Amelia Bilbao Terol

Catedrática de Economía Financiera y Contabilidad

Departamento de Economía Cuantitativa

Facultad de Comercio, Turismo y Ciencias Sociales «Jovellanos»



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo



D. Legal: AS 2748-2017

I.S.B.N.: 978-84-16664-73-3

Imprime: Servicio de Publicaciones.



¿QUÉ ES «LO MEJOR»?

Amelia Bilbao Terol

Catedrática de Economía Financiera y Contabilidad

Departamento de Economía Cuantitativa

Facultad de Comercio, Turismo y Ciencias Sociales «Jovellanos»



Índice

1. Introducción	9
2. Un poco de historia	13
3. Principales Paradigmas Multicriterio	17
3.1 Paradigma 1: Construcción de la frontera eficiente Paretiana ¿Puedo mejorar todo?	21
3.2. Paradigma 2: Satisfacción de metas ¿Nos marcamos metas?	22
3.3. Paradigma 3: Programación Compromiso ¿Nos medimos con los mejores?	24
3.4. Paradigma 4: Funciones de valor ¿Qué valor le damos?	27
4. Aplicaciones	30
4.1. Aplicaciones de técnicas multicriterio en el ámbito de la salud. Listas de espera	30
4.2. Radioterapia de Intensidad Modulada	36
4.3. Aplicaciones de técnicas multicriterio en el ámbito de la Economía	41
4.4. Ecoturismo con ayuda de análisis multicriterio	41
4.5. Inversión Socialmente Responsable	47
5. Conclusiones	50
6. Referencias	53

*La persona que hace poesía debe ser capaz
de ver lo que los demás no ven, debe ver más
profundamente que otras personas. Y la persona
que hace matemáticas debe hacer lo mismo...*

Sofía Kovalevskaya



1. Introducción

¿Qué es «lo mejor»? es la pregunta relevante que cualquier agente racional se plantea cuando debe tomar una decisión eligiendo entre varias opciones.

Aunque parece que detectar *lo mejor* no es una tarea sencilla.

Esta supuesta dificultad quizá resulte extraña en una persona que trabaja con matemáticas; si la decisión depende de un solo criterio que puede modelizarse mediante una función escalar, se trataría de calcular su máximo o su mínimo, dependiendo de si el criterio bajo el que se optimiza es del tipo *cuanto más mejor* o *cuanto menos mejor*, respectivamente. Por ejemplo, las matemáticas permiten localizar la decisión que maximiza los beneficios o que minimiza el coste y, para hacerlo, la mayor dificultad se reduce a las técnicas a utilizar que requerirán cálculos más o menos sofisticados. Toda la argumentación de la optimización y la decisión clásica está basada en la existencia de un orden natural en el cuerpo de los números reales, que es completo, ya que podemos comparar siempre dos de sus elementos: dados dos números reales distintos cualesquiera sabemos cuál es mayor; 5 es mayor que 3, porque se puede encontrar un número positivo, el 2, que sumado al 3 da 5. Es decir, las relaciones de orden, en sentido amplio, son el fundamento de la toma de decisiones.

Pero veamos ahora qué sucede en el caso de que queramos decidir sobre la felicidad. Si nos atenemos a la creencia popular, la felicidad se articula sobre tres pilares: salud, dinero y amor; y, por tanto, se podría medir con un vector de tres componentes (escribimos en matemáticas en IR^3), formado por las puntuaciones de cada una de esos tres pilares.

Felicidad = (Salud, Dinero, Amor)

De modo que, dadas dos personas, A y B, cuyos vectores de felicidad son respectivamente:

A: = (Salud = 5, Dinero = 5, Amor = 5) y B: = (Salud = 7, Dinero = 3, Amor = 5)

Nos preguntamos: ¿Quién es más feliz? ¿Qué vector de felicidad es mejor?

La respuesta ahora no es tan sencilla.

Sabemos que la persona B tiene más Salud, que la persona A tiene más Dinero y que ambas tienen el mismo Amor.

Si hacemos caso al dicho *la salud es lo primero*, parece que B sería la mejor; por el contrario, si partimos de que con dinero se consigue todo –incluso la felicidad–, como últimamente nos repite machaconamente la publicidad consumista –no tenemos sueños baratos–, la persona A sería más feliz.

¿Es posible ser feliz con limitaciones físicas importantes? Parece que es difícil o incluso imposible pero recientemente los medios se han hecho eco de la historia de una niña siria, Noujain Mustafa, con una fuerte discapacidad física que recorrió más de 5000 kilómetros en silla de ruedas para llegar a Múnich, ayudada por su hermana, por el resto de los refugiados y por personal de las ONG que operan en la zona. Parece que su felicidad se debe fundamentalmente al amor de su hermana, al amor de todas las personas que la ayudaron y a su amor propio.

¿Por qué se generan tantas diferencias al comparar estas ternas de felicidad?

La elección es clara si hay que encontrar a la persona más saludable: sería B, o a la persona más rica: sería A, y Noujain la más amada, ya que estamos trabajando con un solo criterio, y, por tanto, somos capaces de utilizar el orden usual de los números reales; ahora bien, cuando nos enfrentamos a la ordenación de la felicidad basada en 3 criterios ya estamos fuera de la cómoda elección monocriterio al haber abandonado la unidimensionalidad del conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$).

Me gusta pensar que *Las Matemáticas*, en su infinita sabiduría y discreción, han desistido de incluir un orden natural completo en $\mathbb{R}^n$, para que las personas podamos decidir con libertad y responsabilidad y cada uno de nosotros pueda tener su propia opinión, en este caso, sobre quién es más feliz. Alguien se decidirá por B, ya que tiene más salud, pero si otro decisor se decide por A, que tiene más dinero, o por Noujain, que

tiene fundamentalmente amor, cualquiera de ellas sería una decisión racional. Entonces, si a fin de cuentas es una elección personal ¿qué papel juegan las matemáticas? ¿pueden ayudar en estas situaciones?

Si bien hay decisiones que se toman utilizando únicamente el sentido común, la intuición o la experiencia, hay métodos y procedimientos que se pueden incorporar formalmente en los procesos de toma de decisiones con múltiples criterios, tanto en el ámbito público como el privado, de modo que la decisión sea racional y la mejor posible. Esto es lo que se denomina *toma de decisiones* multicriterio o paradigma multicriterio, cuya idea central es contemplar, analizar y valorar las opciones disponibles (alternativas) desde diversos puntos de vista o criterios.

Se trata, en definitiva, de poner a disposición de un agente decisor las técnicas matemáticas para que pueda jerarquizar, priorizar, ponderar los criterios y medir el comportamiento global de cada alternativa sobre todos los criterios para, finalmente, obtener la alternativa que mejor se ajuste a las preferencias de ese decisor.

Pero ¿quién es el agente decisor? parece obvio que es el actor principal en el proceso de toma de decisiones, aunque hasta hace pocos años, en 2008, este vocablo no había sido admitido por la RAE para disgusto de muchas personas que lo utilizábamos para referirnos a quien tiene la responsabilidad de decidir. Un decisor no tiene que ser un experto en el problema considerado, aunque sí debe incluir en su proceso las consideraciones técnicas imprescindibles. También cualquier centro decisor debe tener en cuenta aspectos sociales, económicos y medioambientales manifestados por todas las partes afectadas en el resultado de la decisión. Los procesos decisionales complejos implican la consideración de diferentes puntos de vista, aspectos o criterios sobre cuáles son los impactos de cada alternativa y también sobre cuál es la importancia relativa de cada uno de esos criterios. El que cada elección venga determinada por un conjunto de resultados con más de un elemento, y a menudo, en conflicto, hace necesario un proceso formal y estructurado donde la figura de un analista, facilitador o modelador es importante para que ayude al decisor a elegir la mejor opción. Como responsable de la decisión, el decisor debe ser capaz de explicar y defender el proceso llevado a cabo para que sea esa y no otra su mejor propuesta: ¿quién y cómo se seleccionaron

los criterios? ¿qué elementos de juicio se utilizaron para valorar las alternativas según cada uno de los criterios? ¿cómo se estableció la importancia o ponderación de los criterios? ¿cómo se agregó toda la información de valoraciones y ponderaciones? Si hubo varios decisores en el proceso ¿cómo se llegó a un consenso? ¿hubo un decisor que impuso su elección, es decir, un dictador? ¿existió una jerarquía entre las personas que decidieron? Todas estas preguntas se pueden responder más fácilmente si el problema se ha estructurado y se han delimitado claramente todos los elementos que han intervenido en el proceso, ya que la trazabilidad que introduce un modelo matemático ayudará a dar eficiencia y transparencia a la decisión.

¿Y qué son las alternativas? son las posibles opciones/elecciones a las que se enfrenta el decisor y forman el espacio de decisión. Puede ser que en algunos problemas se conozcan *a priori* las alternativas, por ejemplo, en modelos de selección de proyectos, de localización geográfica, de selección de tecnologías para la electrificación rural, etcétera; suele hablarse entonces de problemas discretos porque el número de alternativas es finito y están claramente especificadas. Los problemas implicados en estos casos suelen ser de selección de la mejor alternativa o de ordenación de las mismas. También existen situaciones en las que el decisor no conoce *a priori* las posibles acciones a realizar, pero sí ciertas restricciones expresadas por relaciones funcionales que definen el conjunto de elección factible como subconjunto del espacio real multidimensional. Incluso en esta circunstancia se puede encontrar la mejor decisión/alternativa sin necesidad de examinarlas todas, son problemas con espacios de decisión continuos que aparecen en modelos de planificación y diseño. La selección de una cartera de inversión a partir de un conjunto de activos y con ciertas restricciones: presupuestaria, de diversificación, prohibición de ventas en corto, etcétera, es un ejemplo de este tipo de tareas resueltas bajo el paradigma multicriterio. También el diseño de un tratamiento radioterápico es un problema con un espacio de decisión continuo. En todos estos casos se habla de modelos multiobjetivo.

2. Un poco de historia

El paradigma multicriterio, cuya historia voy a esbozar brevemente, es relativamente joven y nace de las interacciones de dos disciplinas: Matemáticas y Economía. Como casi siempre, la hibridación y cooperación han dado buenos resultados.

Es relativamente joven porque, aunque es evidente que la humanidad ha decidido basándose en criterios múltiples desde siempre, solo recientemente se ha formalizado matemáticamente, pudiendo fijarse su nacimiento a mediados del siglo pasado.

La literatura recoge a dos precursores de las decisiones multicriterio. Benjamin Franklin (1706-1790) propuso a su amigo Joseph Prestly un sistema de ayuda a la toma de decisiones que él llamó *álgebra moral o juiciosa*. Su método consistía en dividir la hoja de papel en dos columnas, una para los pros y otra para los contras, después establecía las respectivas ponderaciones o pesos de importancia de cada elemento en la correspondiente columna «y donde encuentro dos, uno en cada columna, que me parecen iguales, los elimino, si encuentro una razón a favor igual a dos razones en contra, elimino las tres y así, sucesivamente, hasta llegar al equilibrio».¹ Franklin introduce, por tanto, la idea de compensación. Casi doscientos años antes, Ignacio de Loyola (1491-1556) había propuesto un mecanismo similar cuando analizaba las ventajas y desventajas de elegir una alternativa y también de no elegirla.² Ambos pensadores ponen de manifiesto que los procesos de decisión se deben llevar a cabo comparando las posibles opciones bajo diferentes puntos de vista que, además, deben ser ponderados para reflejar su importancia en la decisión. Estos puntos de vista son los criterios en los que debe apoyarse la elección siendo el decisor el protagonista del proceso al fijar los criterios y los pesos.

Pero los verdaderos padres de la Decisión Multicriterio son principalmente economistas del siglo XIX, que aportaron importantes herra-

¹ Recogido en MacCrimmon, 1973.

² Recogido en Fortemps y Slowinski, 2002.

mientas como la Economía del Bienestar, la Teoría de la Utilidad y la Teoría de la Elección Social orientada a la Votación.

Puesto que agregar las diferentes evaluaciones o votaciones de las personas de una organización es matemáticamente un problema análogo al de agregar los diferentes aspectos/criterios de una decisión voy a permitirme un breve inciso para hacer una mención especial a uno de los pioneros en teoría de la votación, el polifacético mallorquín Ramón Llull –a quien debemos la ahora muy famosa técnica de comparación a pares– que a finales del XIII, elaboró una teoría desarrollada en tres tratados: *Artificium electionis personarum*, *En qual manera Natana fo eleta a abadessa*³ y *De arte electionis*, sentando las bases para posteriores trabajos como los del Marqués de Condorcet (1743-1794) quien, en su *Ensayo sobre la aplicación del análisis a la probabilidad de las decisiones sometidas a la pluralidad de voces*, describe la llamada Paradoja de Condorcet o de la votación, situación en que las preferencias colectivas son no transitivas aunque las individuales lo sean y que da lugar a la ausencia de ganador, al existir una mayoría cíclica.

Si en una elección hay tres candidatos A, B, C y hay tres votantes cuyas preferencias son:

Votante 1: prefiere A sobre B, prefiere B sobre C y prefiere A sobre C, luego la preferencia es transitiva: $A > B > C$

Análogamente, tenemos las siguientes cadenas de preferencias para el resto de los votantes

Votante 2: $B > C > A$

Votante 3: $C > A > B$

A la vista de estas preferencias, podemos decir que C es mejor candidato que A para el colectivo puesto que hay dos votantes que lo prefieren, $C > A$; además, A es mejor candidato que B ($A > B$) por la misma razón. La transitividad debería legitimar que C es mejor que B ($C > B$), sin embargo, esto no es así, puesto que B es preferido sobre C por más votantes, lo que evidencia que las preferencias colectivas no son transitivas.

³ Capítulo XXIV del libro II del *Llibre d'Evast*, d'Aloma e de Blaquerua.

Estas paradojas y sus importantes consecuencias en los sistemas de votación (por ejemplo, el Teorema de imposibilidad de Arrow), ya habían sido observadas por Condorcet. Para este filósofo, matemático y politólogo, las matemáticas debían servir también a las ciencias morales cuyo objetivo es la felicidad del ser humano. Condorcet fue un gran defensor de la igualdad de todos los seres humanos, como lo atestigua el siguiente párrafo extraído de su obra *Sobre la admisión de las mujeres al derecho de ciudadanía* (1790): «... o bien ningún individuo de la especie humana tiene verdaderos derechos o todos tienen los mismos; y el que vota contra el derecho de otro, cualquiera que sea su religión, color o sexo, ha abjurado de los suyos a partir de ese momento».⁴

Agregar las preferencias individuales en una preferencia colectiva ha sido el objetivo de investigación de muchos economistas del siglo XIX. Los ejemplos más relevantes son Edgeworth (1845-1926) y Pareto (1848-1923). Ambos llegaron a definir el concepto de eficiencia, fundamental en cualquier elección multicriterio. Aunque la literatura más numerosa se refiere a este concepto como eficiencia u optimalidad paretiana, no hay que olvidar la curva de contrato de Edgeworth que se corresponde con el conjunto eficiente (Newman, 2003). Vilfredo Pareto, por su parte, definió su optimalidad paretiana con un extraño vocablo, *ophelimity*, neologismo (del griego *ophelinos* = satisfacción) que se refiere a la satisfacción obtenida por un individuo con el disfrute de un determinado bien. En una comunidad de individuos, un máximo de *ophelimity*, de bienestar, se alcanzará si ninguno de los individuos en cuestión puede mejorar su situación sin reducir el bienestar de cualquier otro; es decir, no es posible beneficiar a una persona sin perjudicar a otra. Obsérvese que como medida de bienestar de una comunidad la optimalidad paretiana no busca la equidad, ni da necesariamente por resultado una distribución socialmente deseable de recursos; podríamos tener un óptimo donde haya una sola persona con toda la riqueza acumulada pues el cambio de posición de esa persona, aunque sea en beneficio del resto, supone que esa persona empeora. En este sentido, Wicksell (1958) postula que el óptimo de Pareto no es necesariamente un óptimo social. Una idea im-

⁴ «La paradoja de Condorcet», M. Macho, 2013.

portante consecuencia del concepto de optimalidad o eficiencia paretiana es la de tasa de intercambio: si alguien tiene que empeorar para que otro miembro de la comunidad pueda mejorar, interesa conocer lo que cada unidad de empeoramiento de un individuo produce de mejora en otro. En esta idea abundaron con distintos enfoques Kenneth Arrow (1950) y Amartya Sen (1993).

La década de los años cincuenta del siglo pasado fue muy fructífera y marca el despegue de este paradigma. Koopmans, en 1951, introdujo el concepto de vector eficiente, considerado como una nueva visión del óptimo de Pareto en Teoría de la Producción: en el espacio de posibilidades técnicas, similar al modelo de Leontief, un punto eficiente será cualquier combinación de producción neta con la propiedad de que cualquier incremento en una de sus coordenadas solo se puede lograr a costa de disminuir al menos una de las demás.

Cuando en 1951 Kuhn y Tucker formularon condiciones de optimalidad para problemas no lineales, también abordaron problemas de criterios múltiples en programación lineal y enunciaron las condiciones para la existencia de soluciones eficientes de un problema multiobjetivo. Charnes, Cooper y Ferguson presentan, en 1955, el trabajo precursor de la Programación por Metas (*Goal Programming*) que desarrollan posteriormente Charnes y Cooper (1961).

Si bien los anteriores autores se movieron en el campo de los problemas continuos y con resultados con una fundamentación matemática incontestable, pero con dificultades de aplicación práctica (condiciones de Khun-Tucker), simultáneamente aparecieron metodologías para problemas discretos con una fuerte vocación de ayuda a decisores sin formación matemática.

El Método *ELECTRE* (*ELimination Et Choix Traduisant la Réalité*) aparece en 1968, como resultado de las investigaciones llevadas a cabo en la empresa francesa de consultoría SEMA (*Société d'Economie et de Mathématiques Appliquées*) con Bernard Roy a la cabeza. El Método *ELECTRE* (Roy, 1968) se fundamenta en las Relaciones de Superación (*surclassement*) que se basan en la idea de que una alternativa supera a otra si es mejor para muchos criterios y no es sustancialmente peor para ninguno de ellos. Los elementos básicos de *ELECTRE* son, de nuevo, la

comparación de pares de alternativas bajo cada uno de los criterios considerados y los pesos de importancia asignados por el decisor a cada criterio; por tanto, Roy formaliza las ideas de Franklin que hemos mencionado anteriormente.

En la década de los setenta del siglo pasado tiene lugar la presentación oficial a la comunidad científica del Análisis de Decisiones Multicriterio. Se organizan las primeras conferencias (*The First International Conference on Multiple Criteria Decision Making*, 1972) en las que se presentan los trabajos y las investigaciones realizadas durante los años sesenta. Durante estos casi 60 años se han presentado tanto desarrollos teóricos como numerosas aplicaciones en muchos ámbitos. Por supuesto, quedan problemas por resolver y temas como la agregación, independencia, compensabilidad, nuevas formas de tratar los datos, representación de preferencias, métodos computacionalmente eficientes para generar fronteras eficientes, etcétera que están en el punto de mira de las muy activas sociedades multicriterio (*International Society on Multiple Criteria Decision Making*) repartidas en grupos especializados por todo el mundo (*The EURO Working Group on Multicriteria Decision Aid*, *The Multiobjective and Goal Programming Group...*) y, en particular, en Europa y nuestro país (Grupo Español de Decisión Multicriterio) donde contamos con excelentes investigadores que son reconocidos en todos los foros internacionales.

La Teoría de Decisión Multicriterio se ha convertido en un enfoque específico para abordar los problemas de decisión. Hoy en día cualquier organización pública o privada se enfrenta a la evaluación de un conjunto de alternativas atendiendo a varios criterios de decisión que a menudo entran en conflicto, de ahí la aplicación de esta teoría en todos los contextos decisionales.

3. Principales Paradigmas Multicriterio

En la actualidad, existen muchas técnicas de decisión multicriterio y cada día aparecen más. Recorrerlas todas sería tarea imposible, me limitaré a presentar los principales paradigmas en los que se basan tales técnicas.



Cualquier método de decisión multicriterio está basado en una regla de ordenación que determina una preferencia en el espacio de los resultados de las alternativas. Matemáticamente, esas reglas de ordenación son relaciones binarias con ciertas propiedades entre las que la transitividad es fundamental. Sin embargo, en muchas ocasiones el comportamiento de las personas ante una secuencia de comparaciones a pares es intransitivo y existen umbrales que rompen la cadena de relación: A es vecino de B y B es vecino de C entonces ¿A es vecino de C? si la relación de vecindad fuera transitiva todos seríamos vecinos de los habitantes de la ciudad siria de Aleppo.

La intransitividad es objeto de una fuerte investigación y quiero destacar aquí el buen trabajo de un grupo de investigación de la Universidad de Oviedo.

En el caso de que solo haya un criterio bajo el que evaluar las decisiones, el orden natural de los números o una escala de valoración lingüística: muy bueno, bueno, regular..., proporcionan esta ordenación de las posibles elecciones. Como ya hemos dicho, encontrar la solución cuando una decisión produce muchos resultados no es una cuestión meramente matemática, se necesita la intervención del agente decisor, lo que conlleva que otro agente decisor pueda llegar a otra ordenación y, por tanto, a otra mejor decisión. Eso sí, conocer el proceso que condujo a cada posible solución permite hacer visibles las preferencias del decisor. La mejor alternativa no es, en multicriterio, una verdad absoluta.

Las ordenaciones de preferencias no estrictas verifican las propiedades reflexiva y transitiva (es decir, son preórdenes). Las relaciones binarias transitivas e irreflexivas en las que la incomparabilidad es transitiva (órdenes débiles estrictos) dan lugar a relaciones de preferencia que permiten la comparación de cualquier par de posibles soluciones. Este tipo de órdenes simplifican mucho los procesos de decisión, sin embargo, en algunos casos no son posibles.

Hay órdenes llamados dictatoriales porque su aplicación no asegura que se tengan en cuenta todos los criterios para determinar la mejor decisión o todas las personas, si la decisión es en grupo. Un ejemplo de orden dictatorial es el lexicográfico que considera infinitamente más importante el resultado obtenido en el criterio k que en el siguiente, criterio $k+1$; es

decir, no existe ninguna cantidad, por grande que sea, de mejora en el criterio $k+1$ que permita compensar una pérdida en el criterio k . Se trata de conseguir lo absolutamente mejor para la primera posición y, solo en este caso, pasar a considerar la segunda y así sucesivamente. Este orden puede asociarse a algunos comportamientos recientes de países y comunidades (Brexit, Muros y vallas de separación, Compromisos de reubicación y reasentamiento de los refugiados en la UE...). Solamente reparto si me sobra a mí, solamente admito emigrantes en mi mercado laboral si hay trabajo para todas las personas de mi país. El «mi» es muy lexicográfico: mi país, mi religión, mis iguales... porque se sitúa en la primera posición y automáticamente sitúa el «tu» y el «su» en segunda o tercera, excluyéndolos de lo mejor. Al hilo de esta consideración, quiero recordar aquí lo dicho por el filósofo francés Paul Ricoeur, tantas veces repetido por José Saramago: «El otro es como yo y tiene derecho a decir yo».

Otro ejemplo lo encontramos en la estructura empresarial japonesa que aplica un orden lexicográfico cuando asegura a sus empleados varones el empleo de por vida, como explica William Ouchi en la Teoría Z o método japonés: «Existen muchos empleados temporales, en su mayoría mujeres, que son despedidas en las épocas malas, lo que sirve de amortiguador para proteger el trabajo de los hombres que son empleados de por vida» (Ouchi, 1982).

Pero, por supuesto, el orden lexicográfico no tiene en sí connotaciones morales o éticas, no es un orden *malo*; a todos se nos ocurren decisiones que estarían de acuerdo con los principios éticos más generalmente admitidos y cuyo orden subyacente es el lexicográfico. Incluso decisiones puramente técnicas son lexicográficas. Recuerdo mis estudios de licenciatura: el examen de teoría no se tenía en cuenta sin haber previamente aprobado el de problemas, un 10 en teoría no compensaba un 4 en problemas. Su característica de orden dictatorial es clara, puesto que un solo criterio puede determinar la decisión.

Matemáticamente, la relación lexicográfica es un orden débil, por tanto, siempre es posible comparar cualquier par de alternativas.

Volviendo al ejemplo inicial de la felicidad, mediante un orden lexicográfico y fijando la Salud como el criterio más importante, la persona B sería la más feliz.

A: = (Salud = 5, Dinero = 5, Amor = 5) y B: = (Salud = 7, Dinero = 3, Amor = 5).

Ahora bien, el orden fundamental en la toma de decisiones multicriterio es el paretiano que es una extensión del orden natural en una dimensión a n dimensiones (IR^n) y es consecuencia de la optimalidad paretiana anteriormente mencionada.

La preferencia paretiana de una alternativa se verifica si y solo si dicha alternativa tiene mejores resultados componente a componente, es decir, es mejor en cada uno de los criterios considerados en la decisión. Podemos decir, entonces, que la preferencia de Pareto es objetiva y universal. Cualquier decisor racional estaría de acuerdo con ella.

Volviendo a nuestro ejemplo, nadie duda que una persona es más feliz que otra si tiene más dinero, más salud y más amor. Si todos estamos de acuerdo con Pareto podríamos dejarlo aquí. El problema es que, en muchos casos, Pareto no nos permite decidir: no es posible ordenar y, por tanto, elegir entre la persona A y la B atendiendo a la regla paretiana.

Si añadimos a nuestro ejemplo otra persona:

C: = (Salud = 4, Dinero = 3, Amor = 3)

¿Alguien decidiría que es más feliz C, cuyos valores en los tres criterios son peores a los de A y B? No, porque esta sí sería una elección irracional. La optimalidad de Pareto permite, por tanto, eliminar aquellas alternativas que son inferiores en todos los criterios.

Por supuesto, la toma de decisiones es propia de cada persona, aunque existen patrones básicos que las matemáticas pueden modelizar. El primero está basado en la ya mencionada optimalidad o eficiencia paretiana que se puede enunciar como cuanto más mejor. Un segundo patrón está asociado a la fijación y búsqueda de metas (*Goal Programming*, 1955). Esta forma de abordar la toma de decisiones fue bautizada como *satisfaciente* por el premio nobel H. A. Simon (1978). El tercer patrón, descrito por Yu y Zeleny (1975), fija como comportamiento racional la búsqueda de soluciones lo más cercanas posibles a la solución ideal, constituida a partir de los mejores valores para cada criterio; se llama a esta forma de decidir *programación compromiso*. Y el último paradigma para

encontrar la mejor solución se apoya en la existencia de una función es-
calar llamada *función de valor* cuya maximización proporciona esa mejor
decisión. Estos cuatro enfoques generales de toma de decisiones tienen
una base común que son las relaciones de orden y las estructuras de do-
minación. Cada uno de ellos utiliza información proveniente del decisor
en distinta medida y en distintos momentos del proceso de modelado.

3.1. Paradigma 1: Construcción de la frontera eficiente Paretiana ¿Puedo mejorar todo?

El primer paradigma permite elegir alternativas en las que la me-
jora en un criterio solo es posible a costa del empeoramiento en otros.
La naturaleza competitiva de los criterios en la mayoría de los modelos
de decisión impide que exista una solución mejor en todos los aspectos.
Una manera, entonces, de abordar el problema es conseguir puntos op-
timales respecto del orden de Pareto. Es decir, puntos que no son supe-
rados por ningún otro según el orden de Pareto; estos son denominados
puntos eficientes o no dominados. La eficiencia paretiana es casi una con-
dición *sine qua non* para alcanzar buenas soluciones. Por ello, es impor-
tante para el decisor disponer de la frontera óptima de Pareto formada
por todas las soluciones no dominadas. Esta frontera representa las me-
jores tasas de intercambio entre las funciones objetivo. Sin embargo, de-
tectar esta frontera es un problema computacionalmente muy exigente
en la mayoría de los problemas reales con espacio de decisión continuo.
Los modelos clásicos para determinar la frontera eficiente son problemas
uniobjetivo paramétricos (método de las épsilon-restricciones y método
de las ponderaciones) que pueden presentar dificultades con formas
complicadas de la frontera. Por ello, métodos heurísticos, principalmente
los llamados evolutivos por estar basados en la evolución natural de las
especies, ayudan a obtener representaciones lo más fieles posibles de las
fronteras de Pareto. Desde los años 90 (se considera a Schaffer el pionero
al proponer en 1985 el primer algoritmo evolutivo para aproximar la
frontera de Pareto) hay una amplia investigación en este campo: *Vector
Evaluated Genetic Algorithm* (VEGA), familia de los algoritmos MOGA
(*Multiobjective Genetic Algorithm*) y NSGA (*Non Dominated Sorting Ge-*

netic Algorithm) siendo NSGA-II, *algoritmo elitista de ordenamiento no dominado*, el que se aplica con más frecuencia (sistemas de distribución en redes eléctricas, reconocimiento de patrones, problemas de rutas, etcétera). Esta metodología garantiza la diversidad durante el proceso de resolución y además se caracteriza por considerar solamente las mejores soluciones encontradas durante el proceso de búsqueda, de aquí el adjetivo elitista que se utiliza para indicar este procedimiento de búsqueda.

Para la determinación de la frontera eficiente no es necesario que el decisor suministre mucha información, bastaría que el problema estuviera bien definido, mediante el conocimiento de las alternativas y los criterios con las que deben ser evaluadas. Por tanto, atendiendo a este paradigma, cualquier alternativa eficiente paretiana es *lo mejor*. El inconveniente de este enfoque es que pueden existir demasiadas soluciones eficientes, incluso infinitas en caso de problemas con espacio de decisión continuo. Por eso, en general, obtener la frontera eficiente suele ser un primer paso en el proceso de toma de decisiones; posteriormente, y mediante un proceso interactivo e iterativo, se van delimitando aquellas zonas de dicha frontera que se ajustan a las preferencias particulares del decisor. En el caso de problemas discretos, es decir, aquellos con un número finito de alternativas conocidas explícitamente, métodos como *Electre* (Roy, 1968) y *Promethee* (Brans, 1982) permiten que el decisor reduzca el conjunto donde están las mejores soluciones, según sus preferencias.

3.2. Paradigma 2: Satisfacción de metas **¿Nos marcamos metas?**

En contraposición al patrón paretiano, el modelo basado en la satisfacción de metas necesita mucha información preferencial del decisor: es necesario que este exprese con qué valores alcanzados por los criterios está suficientemente satisfecho y cuáles son los criterios más importantes, incluso si hay criterios en distintos niveles de prioridad. Personas y organizaciones fijan sus metas como valores deseables. Estos valores deseados son los niveles de aspiración. El enfoque *satisfaciente* propuesto por Herbert Simon en 1956 es la base para los modelos de metas y es una

consecuencia de su Teoría de la Racionalidad Acotada o Limitada (*Bounded Rationality*) que postula la incapacidad del cerebro humano de procesar toda la información disponible en sus mecanismos de toma de decisiones. La consecuencia de esta limitación es que no podemos (ni quizás necesitemos) optimizar, nos basta con *satisfacer suficientemente*. Esta idea es lo que Simon denominó *satisficing* traducido en castellano por *satisfaciente*. Simon recibe el premio nobel de Economía en 1978 por la formulación de esta teoría para la toma de decisiones en las organizaciones –y aprovecho esta ocasión para invitar a los que me escuchan a leer un artículo del profesor de nuestra universidad Alberto Hidalgo Tuñón publicado el mismo año de la concesión donde se expone de una manera muy ingeniosa las razones y sinrazones de esta elección de la academia sueca–. Parece que la Teoría de Simon sigue estando en auge en nuestros días y recientemente la idea de establecimiento de metas (*sense of purpose*) fue utilizada profusamente por el creador de Facebook, Mark Zuckerberg, en su discurso de graduación en Harvard (26/05/2017).

Este paradigma decisional está muy relacionado con los procesos cognitivos. De acuerdo a Mitchell (1997), en el centro de la teoría del establecimiento de metas se encuentra la idea de la acción con un propósito. Las personas eligen las metas que se relacionan con la satisfacción de sus necesidades; la aspiración y la búsqueda de metas son parte central del proceso de la vida misma. La acción consciente y auto-dirigida es la responsable de casi todo lo que las personas hacemos; esta búsqueda incita el proceso motivacional.⁵

Y, según García Palomino, los procesos cognitivos que se precisan para lograr la satisfacción son muy diferentes de los que se necesitan para el cálculo de la utilidad esperada y por lo general requieren mucho menos esfuerzo. Como consumidores, a menudo elegimos en función de la satisfacción. La satisfacción es una estrategia práctica, fiable y realista desde el punto de vista computacional para la toma de decisiones en los seres humanos (García Palomino, 2016).

⁵ Recogido por Molina (2000).

La programación por metas es la técnica más utilizada en las aplicaciones reales: recursos naturales, decisión en grupo, uso del agua, distribución de ayuda en emergencias humanitarias, etcétera. Mediante un interesante artificio presentado por Charnes y Cooper en 1955, se consigue transformar las metas en restricciones blandas, es decir, en relaciones cuyo incumplimiento no genera la infactibilidad del modelo. Estos autores introducen, en un apéndice de su artículo, las variables de desviación no deseadas, que son las que miden el incumplimiento de las metas. En la literatura se han propuesto diversas variantes de estos modelos atendiendo a la forma en que el vector de las variables no deseadas es agregado en una función objetivo escalar. La mayor crítica a los modelos de metas proviene de un detalle técnico: no está asegurada la eficiencia paretiana de las soluciones satisfactorias, ya que si las metas (los niveles de aspiración) fijados por el decisor son poco exigentes, es posible que existan alternativas con mejores valores en todos los criterios. En cualquier caso, se han desarrollado métodos (Hannan 1980, Jones y Tamiz 2010, entre otros) que restauran la eficiencia de las soluciones de programación por metas. Además, los métodos interactivos pueden ayudar a establecer niveles de aspiración ajustados. Bajo estos patrones la *mejor* decisión será aquella que alcance todas las metas.

Los modelos de metas se enmarcan dentro de los métodos más generales de punto de referencia, que han tenido gran desarrollo en la literatura y del que la llamada *Programación Compromiso* es otro ejemplo relevante.

3.3. Paradigma 3: Programación Compromiso **¿Nos medimos con los mejores?**

Las personas podemos tomar decisiones teniendo en cuenta los mejores valores para cada uno de los criterios. Estos mejores valores se llaman ideales y, en general, son inalcanzables simultáneamente debido al frecuente carácter contrapuesto de los criterios: no es posible mantener buenos servicios sociales con un nivel muy bajo de impuestos, la teoría financiera postula los movimientos opuestos entre rentabilidad y riesgo, el desarrollo tecnológico parece producir una disminución del mercado de trabajo, etcétera.

La idea básica subyacente de la Programación Compromiso es que la mejor decisión es aquella que está más cerca de la solución ideal (Yu, 1973 y Zeleny, 1974): cuanto más cerca esté una economía del pleno empleo e inflación nula, mejor. Para medir esta cercanía necesitamos utilizar el concepto de distancia (Figura 1). En esta metodología se utilizan mayoritariamente las distancias L_p , aunque sería posible utilizar otras. Como veremos en un ejemplo, el parámetro p que define la distancia que se está utilizando no es solo un elemento matemático, sino que contiene un significado preferencial que el analista debe clarificar al decisor. La fijación del valor de p está muy ligado al tipo de problema a resolver.

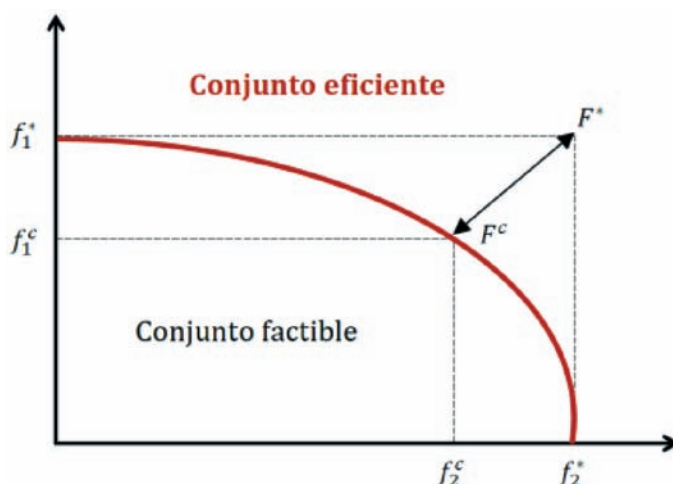


Figura 1. Programación compromiso con dos criterios

Una vez ya decidido qué distancia L_p conviene utilizar, se define el tamaño de la *frustración* que produce una decisión que no alcanza la solución ideal como la distancia entre esa decisión y la solución ideal. Puesto que estar cerca de lo ideal es una forma de decidir racionalmente, tenemos que buscar la alternativa que nos produzca menor *frustración*; es decir, con menor distancia al imposible, ideal.

El parámetro p , elegido para fijar la distancia L_p , tiene implicaciones en la decisión, como hemos dicho. Cuando $p=1$, la media del grupo de criterios se maximiza, porque se utiliza la suma de las desviaciones de cada resultado a su mejor valor posible para medir la distancia. En el caso

de $p=\infty$, la máxima desviación al mejor valor se minimiza: esta forma de medir está ligado a la equidad. Es importante saber si lo que se pretende es encontrar lo mejor para el grupo, medido por la suma, o bien en un contexto decisional dado es preferible no dejar ningún criterio con un valor muy alejado de su ideal. Una distancia L_1 ($p=1$) nos lleva a decisiones compensatorias, se equilibra un mal resultado con otro bueno. El aumento del parámetro p supone dar mayor importancia a los criterios mal posicionados hasta el caso límite en el que p vale infinito, donde el criterio más alejado de su mejor valor determina la distancia. Por tanto, la utilización de la distancia L_∞ o también llamada distancia de Chebyshev da lugar a un modelo no compensatorio: buenos resultados no compensan malos. En un contexto de elección social, un compromiso L_∞ trataría de mejorar al individuo más pobre y la L_1 encuentra la mejor suma de bienestar individuales. Hay que tener en cuenta que la propiedad de compensabilidad puede ser inadmisibile en el tratamiento de algunos problemas, por ejemplo, si se trata de minimizar daños medioambientales.

En un contexto de decisión en grupo, la solución compromiso representa la solución de consenso, es decir, cada componente de dicha solución representa lo que finalmente puede alcanzar cada agente del grupo, y el punto ideal es el vector que contiene los resultados deseados por cada agente. Por ejemplo, en la gestión de recursos forestales, el grupo de los propietarios, de los conservacionistas y las autoridades tendrán distintas opiniones sobre lo que es mejor para el bosque y la programación compromiso ofrece soluciones de consenso.

El orden preferencial definido a partir de la distancia al ideal matemáticamente es un orden débil obtenido a partir del número real que representa esa distancia: una alternativa será mejor que otra si su distancia al ideal es menor. Trabajando con modelos compromiso siempre es posible comparar alternativas porque nos permite recuperar el orden usual de los números reales. Además, las soluciones compromiso verifican bajo condiciones muy generales la eficiencia paretiana.

¿Qué papel tiene el decisor en un modelo compromiso? Supuesto que los criterios y el espacio de decisión ya han sido determinados, esta metodología da menos protagonismo al decisor que la programación por

metas. Salvo la posibilidad de introducir ponderaciones para expresar la importancia relativa de cada desviación y la elección del parámetro p , el resto de los elementos se determinan técnicamente calculando el valor óptimo de cada criterio. Parece que un agente decisor compromiso tiene menos conocimiento del problema que uno que se decida por el modelo de metas y deja más trabajo en manos de las matemáticas. En todo caso, ambos enfoques comparten la idea de punto de referencia como guía para determinar la solución. Se han propuesto más recientemente otras metodologías cercanas a la Programación Compromiso como TOPSIS (Hwang y Yoon, 1981) o VIKOR (Opricovic, 1998) que, además de la cercanía al ideal, buscan la lejanía al anti-ideal.

3.4. Paradigma 4: Funciones de valor **¿Qué valor le damos?**

Aunque matemáticamente la Programación Compromiso asocia un número real a cada alternativa, el enfoque de la *función de valor* para decidir con criterios múltiples se desvía de esta idea al basarse en la asignación de una utilidad o valor, en ambiente de certidumbre, a cada alternativa. Se trata de una metodología que permite puntuar cada opción, de forma que una mayor puntuación refleje una mayor preferencia del decisor. Hay que señalar que esta forma de decidir es muy dependiente de la información revelada por el decisor y, por ello, es el enfoque que mayores controversias suscita en la comunidad científica. No es fácil extraer información y, a veces, esta información es inconsistente. Podemos decir que es el paradigma menos cerrado matemáticamente hablando, pero el que da el papel principal al decisor y en el que las matemáticas tratan, dentro de lo posible, de mantener la racionalidad del proceso. El desarrollo de nuevas metodologías dentro de este marco y el perfeccionamiento de las ya existentes copa gran parte de la investigación actual en multicriterio.

La primera cuestión que se debe resolver en este paradigma es dilucidar el orden preferencial que subyace al uso de la función de valor para tomar decisiones. Hay que tener en cuenta que no toda preferencia se puede asociar a una función de valor. Se han estudiado las condiciones para la

existencia de esa función que permite asignar un número real a cada alternativa, de forma que si el agente decisor prefiere la alternativa A a la B, el valor de A es mayor que el valor de B. Se demuestra que una función de valor lleva asociado un orden estricto débil. La primera conclusión es, por tanto, que, en general, salvo casos muy particulares como el discreto, no existe una función de valor para representar al orden de Pareto.

La construcción de una función de valor puede ser complicada puesto que necesita mucha información preferencial suministrada por el agente decisor, no siempre fácil de obtener. Sin embargo, para un tipo de funciones de valor, las aditivas monótonas, que implican separabilidad de las preferencias, se han propuesto metodologías (Teoría de la Utilidad Multiatributo, Keeney y Raiffa, 1976) que han tenido una amplia aceptación en la resolución de problemas reales con un número finito de alternativas a elegir.

Otra importante metodología en esta categoría es el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) formulado por Saaty en 1980 cuya base matemática es el teorema de Perron-Frobenius. Los modelos AHP han tenido mucho éxito en la tarea de ordenar un número finito de alternativas que aparecen en problemas como selección de candidatos, localización, etcétera. Su metodología consta de tres etapas. En la primera se diseña una jerarquía para representar el problema (Figura 2). En el nivel superior de la jerarquía se coloca la meta global y en los sucesivos niveles los demás aspectos relevantes. En el último nivel de la jerarquía se sitúan las alternativas. En la segunda etapa, llamada de valoración, se incorporan las preferencias del agente decisor mediante juicios de valor entre dos elementos decisionales del mismo nivel usando la llamada escala fundamental de Saaty (1980) formada por los primeros 9 números naturales impares en la que el 1 se interpreta como que los dos elementos comparados son igualmente importantes y el 9 se interpreta como importancia extrema de un elemento frente al otro. Saaty impone la reciprocidad en las comparaciones a pares, es decir, si al par (A, B) el decisor le asigna el 9, el par (B, A) tendría asignado el valor $1/9$. Las matrices que contienen todos estos juicios aportados por el decisor y sus correspondientes recíprocos forman las denominadas matrices de comparación. Estas matrices recogen la información sobre la dominación relativa de un elemento frente a otro respecto de un criterio del nivel supe-

rior inmediato de la jerarquía. En la tercera etapa de la metodología se realizan dos tareas: la priorización, es decir, la determinación de los pesos de importancia relativos, y la síntesis, es decir, resumir toda la información generada en las prioridades totales de las alternativas. Estas prioridades totales se utilizan para ordenar, seleccionar y distribuir entre las alternativas consideradas, según el tipo de problema en estudio. A pesar del éxito del método de Saaty, se han presentado algunos inconvenientes: inconsistencia de los juicios de valor, dependencia de los criterios, cambio de rango ante alternativas irrelevantes, etcétera que se han tratado de superar con la introducción de mejoras, por ejemplo, los Procesos de Redes Analíticas (ANP) que permiten el tratamiento de la dependencia entre criterios.

Pero muchas de las dudas y controversias que plantea la metodología de Saaty son comunes a todo el paradigma multicriterio. ¿Debemos comparar para obtener las importancias o pesos relativos de los criterios de decisión, o somos capaces de obtener estos pesos mediante asignación directa? ¿Es más fácil comparar a pares teniendo en mente un objetivo? ¿Qué escala de comparación pareada debemos usar: de cociente o de diferencia, con muchos o con pocos valores? Es decir, ¿es más fácil y más correcto hablar de *dos veces más importante* que de *50 unidades más importante*? ¿Qué relación debe haber entre la forma sintáctica (expresión lingüística), por ejemplo, *mucho más importante* y la forma semántica (representación numérica), por ejemplo, 7 en la escala de las comparaciones pareadas? Volveremos sobre algunas de estas cuestiones en las aplicaciones que presentaré.



Figura 2. Modelo AHP para presupuesto participativo del Ayuntamiento de Zaragoza. Fuente: www.zaragoza.es/ciudad/presupuestos-participativos/ecogno.htm

4. Aplicaciones

La toma de decisiones es intrínseca a la actividad humana y sería, por tanto, imposible abordar todos los ámbitos donde se aplican o pueden aplicarse modelos multicriterio, de modo que he seleccionado algunos que sirvan como ejemplo, con los que pretendo mostrar su versatilidad y adaptación a muy diferentes problemas.

Ya que he empezado hablando de los pilares de la felicidad, mi primer ámbito de aplicación será la salud y me voy a centrar en mostrar cómo estas técnicas pueden ayudar a mejorar dos cuestiones relativas a los servicios sanitarios que preocupan a toda la población: que la atención se dispense lo antes posible y que la curación sea la mejor posible. Concretamente, me extenderé en el diseño de listas de espera y la mejora de tratamientos radioterápicos.

4.1. Aplicaciones de técnicas multicriterio en el ámbito de la salud. Listas de espera

La priorización del acceso de los pacientes a los servicios sanitarios es un tema de suma importancia para cualquier sistema sanitario público. Tanto los usuarios como los clínicos necesitan disponer de metodologías para construir listas de espera transparentes, consistentes, eficaces, equitativas y con el mínimo número de fallos. Toda la información necesaria para ordenar los casos debe provenir de equipos clínicos que consensúen la necesidad y premura para recibir el tratamiento y la capacidad del paciente para beneficiarse de ese tratamiento. No es fácil para los especialistas hacer esta tarea solos porque se enfrentan a múltiples criterios en muchos casos contradictorios y los pacientes en particular y la sociedad en general exigen métodos verificables. Por tanto, parece que el problema del diseño de listas de espera es un problema de ordenación multicriterio y así lo refleja la literatura en la que podemos encontrar propuestas para resolver este problema. Algunas de ellas utilizan el Proceso Analítico Jerárquico de Saaty (Koch y Rowell, 1997, 1999, Lin y Harris, 2013, Matthew et al. 2008) o extensiones de él como el Proceso de Redes Analíticas (ANP). Mientras que aplicar el Proceso Analítico

Jerárquico (AHP) supone una relación jerárquica unidireccional, el Proceso de Redes permite interrelaciones entre niveles de decisión. El nodo de nivel superior en AHP no depende de los niveles inferiores y los elementos presentes en un nodo son también independientes entre sí. Esta red en una dirección puede no ser válida para representar las interacciones complejas y retroalimentaciones que pueden presentarse en el sistema a modelizar.

Estos modelos ANP han sido utilizados, por ejemplo, en la elaboración de listas de espera para trasplantes de órganos (Abbasgholizadeh y Jamshidi, 2014). En el nivel superior se consideran los criterios, clústeres en este modelo: urgencia, eficiencia, beneficio y equidad que se desglosan en subcriterios o nodos, aceptados por la comunidad médica. Así, para el criterio URGENCIA, entendido como el número previsto de meses de vida durante el siguiente año sin trasplante, se pueden asociar diversas métricas como, por ejemplo, el Modelo para la Enfermedad Hepática Terminal (MELD), la escala de Child–Turcotte– Pugh (CTP) etcétera. Para el criterio EFICIENCIA, es decir, el resultado esperado tras el trasplante, teniendo en cuenta las características del donante y el receptor, los subcriterios podrían ser métricas como: años de vida de trasplante (LYFT), compatibilidad, supervivencia y conformidad que evalúa la capacidad o voluntad del paciente para cumplir con el tratamiento postrasplante. Para evaluar el criterio BENEFICIO del paciente después de un trasplante, algunos estudios consideran subcriterios como: el aumento de años de vida, la independencia física, una medida de la capacidad postoperatoria para vivir una vida normal y productiva (Lin y Harris 2013), el coeficiente de Inteligencia y el reconocimiento: muchas personas creen que los ciudadanos prominentes y distinguidos deben ser reconocidos y tratados de manera diferente (Kolata, 1995). Por último, la EQUIDAD se refiere a la asignación justa y neutral de los órganos a los receptores. Se puede desglosar en subcriterios como lugar de residencia, tiempo de espera, días desde el último trasplante, edad, género y equidad racial. Un modelo de asignación equitativa debe discernir tales desigualdades y mantener un alto nivel de aceptación de órganos (Lin y Harris 2013). Una vez definidos los criterios, subcriterios y las relaciones entre ellos, el equipo experto debe realizar las comparaciones pareadas entre elementos conectados a

un nodo padre que representa el aspecto a tener en cuenta. Todas las comparaciones se almacenan en matrices y se resumen en prioridades que representan el vector propio dominante normalizado. La supermatriz contiene todos estos elementos y tras cierta manipulación matemática se consigue obtener los pesos de importancia de todos los puntos de vista implicados en la decisión y la priorización de los pacientes.

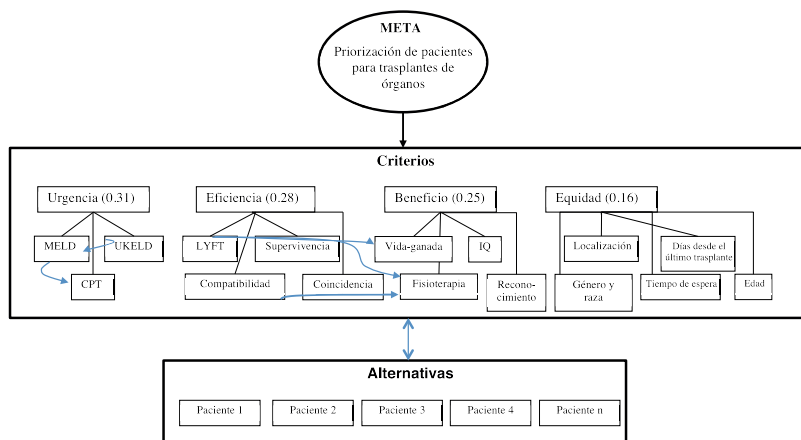


Figura 3. ANP para lista de trasplante de órganos.

Fuente: Abbasgholizadeh y Jamshidi, 2014.

Otro grupo importante de metodologías aplicadas a este problema son ciertos modelos de valor multiatributo aditivos llamados Sistemas de Puntos en los que se determinan un conjunto de criterios para decidir las prioridades relativas de los pacientes y cada criterio puede tomar valores clasificados en varias categorías excluyentes. A cada categoría se le asigna un número de puntos para reflejar tanto la importancia relativa del criterio como su nivel de gravedad (Tabla 1). De la suma de los puntos correspondiente a cada criterio se obtiene la puntuación total de cada paciente que permitirá la ordenación. Los primeros Sistemas de Puntos que se aplicaron (Hadorn y Holmes, 1997) partieron del acuerdo de los especialistas médicos sobre los criterios relevantes, y sus correspondientes categorías. Estos criterios representan factores clínicos asociados a la severidad de la enfermedad, siendo los especialistas los que tienen que asig-

nar los puntos directamente a cada categoría-criterio. Estas puntuaciones se refinaron mediante regresiones de las evaluaciones clínicas en la escala de calificación de la urgencia de los pacientes frente a sus características en términos de los criterios del modelo. Sin embargo, estos primeros intentos presentaron inconvenientes y fallos debidos fundamentalmente a la arbitrariedad en la asignación de puntos a las categorías de cada criterio. Parece desprenderse que la asignación directa era complicada para los especialistas.

Se han propuesto varias metodologías que tratan de mejorar el proceso de puntuación (*scoring*) para estos modelos multiatributo aditivos. El método PAPRIKA (*Potentially All Pairwise Rankings of all possible Alternatives*) propuesto por Hansen y Ombler (2009) está usándose en sistemas públicos de Nueva Zelanda, Canadá y Reino Unido. La idea fundamental de este método es obtener los puntos para cada par categoría-criterio a partir de la ordenación de pares de alternativas no dominadas.

¿Cuál de estos dos pacientes tiene mayor urgencia para cirugía de bypass de arteria coronaria?

Fracción de eyección del ventrículo izquierdo (FEVI). FEVI=30-50 % Beneficio pronosticado de la calidad de vida después de la cirugía. Ninguno/Pequeño beneficio		Fracción de eyección del ventrículo izquierdo (FEVI). FEVI ≥50 % Beneficio pronosticado de la calidad de vida después de la cirugía. Moderado beneficio
---	--	--

Fuente: Adaptado de Hansen y Ombler (2009)

Así, por ejemplo, el equipo de especialistas debe decidir si el paciente representado en la caja izquierda debe acceder antes, después o a la vez a la cirugía que el paciente de la caja derecha, supuesto que ambos son idénticos en el resto de los aspectos. La condición de no dominadas que se exige a las dos alternativas que se comparan supone, en el caso de dos criterios, que si la categoría-criterio en un paciente es superior a la del otro, lo contrario ocurre en la otra categoría-criterio. Para el caso general, un par de alternativas no dominadas bajo n criterios, serán aque-

llas que presentan comportamientos contrapuestos en al menos dos criterios, por tanto, son incomparables según el orden de Pareto. Así la optimalidad de Pareto permite eliminar del proceso de comparación las alternativas dominadas y el resto se comparan a pares teniendo en cuenta las preferencias del decisor que, en este contexto, viene representado por el conocimiento experto.

El equipo de especialistas debe proporcionar una única ordenación para cada par de alternativas, siendo el proceso de decisión iterativo; si en la primera ronda no hay unanimidad, se abrirá un turno de conversaciones hasta llegar a un consenso o a una decisión por mayoría. Matemáticamente, la comparación pareada de alternativas produce una desigualdad (preferencia) o igualdad (indiferencia) entre las categoría-criterio implicadas en las alternativas comparadas. El objetivo es conseguir un sistema de inecuaciones lineales que permitiría obtener los puntos asignados a las categoría-criterio de acuerdo a las preferencias del equipo médico. Técnicamente surgen dificultades ¿qué carga computacional tiene generar todas estas desigualdades y resolver el modelo de programación lineal correspondiente? ¿cuántas comparaciones podría realizar el equipo experto?

En principio, el decisor debería ser capaz de ordenar todos los pares de alternativas no dominados pero el sistema diseñado aplica la transitividad y, por tanto, muchas comparaciones no son necesarias. Cada vez que se genera una decisión al comparar dos alternativas, se intentan identificar las parejas que se pueden ordenar sin intervención del equipo médico, es decir, las ordenaciones que se obtienen como consecuencia de las ya determinadas. De esta forma se evitan comparaciones superfluas e inconsistencias. Otra cuestión a tener en cuenta en este sistema de puntuación es el número de criterios que se tienen que comparar en cada par de alternativas, ya que un mayor número de criterios es una fuente de complejidad para el equipo decisor; es mucho más fácil comparar de acuerdo a solo dos criterios. En un experimento recogido por Hansen y Ombler (2009), un equipo de 5 clínicos fue capaz de ordenar 53 pares de alternativas con dos criterios en una sesión de 72 minutos.

Este Sistema de Puntos presenta, por tanto, diferencias con el Proceso Analítico Jerárquico. Ahora se comparan solo alternativas, la tran-

sitividad está asegurada por la propia construcción del algoritmo, el sistema de puntuaciones se diseña para cualquier alternativa posible; es decir, se generan las puntuaciones independientemente de los pacientes que aparecen en la lista en ese momento, esto hace que el sistema sea mucho más transparente.

Podemos considerar el problema de generar las listas de espera con esta metodología como un problema intermedio entre los modelos multicriterio continuo y discreto. En este caso, las alternativas son los pacientes representados por los valores en los criterios de decisión determinados por los equipos clínicos, el modelo no utiliza a los pacientes actuales que están en el sistema, sino que se consideran todas las posibilidades para los resultados de los criterios, es decir, se construye un modelo exhaustivo, cualquier llegada al sistema es directamente puntuada y no es necesario rediseñarlo. Solo nuevas evidencias médicas cambiarían el diseño del sistema.

Hansen y Ombler (2009), a partir de simulaciones, obtienen resultados que indican que otros métodos de puntuación alternativos necesitan un menor número de comparaciones que el sistema PAPRIKA, pero se puede objetar que las comparaciones a pares sobre alternativas no dominadas son de menor complejidad. El experto solo tiene que decidir cuál de los dos pacientes tendría una prioridad mayor. Son necesarios estudios que confirmen la dificultad cognitiva de expresar las evaluaciones de las preferencias con respecto a la relativa importancia de criterios y categorías en una escala de razón o de intervalo.

Para intentar responder a alguna de las dudas y controversias mencionadas anteriormente, he utilizado dos metodologías multicriterio para un mismo problema (las listas de espera), en la primera se comparan los aspectos a tener en cuenta en la decisión y el decisor debe determinar cuál es la importancia relativa de cada uno de ellos, además la escala de comparación es en proporción, es decir, en cociente, y con la escala de Saaty. En el segundo ejemplo, se comparan las alternativas y utilizamos la diferencia positiva para determinar qué paciente tiene mayor prioridad sin escala fijada. ¿Cuál de las dos es *mejor*? Ya tenemos otra elección multicriterio, y, en este caso, los usuarios de los modelos tienen la última palabra. Las comparaciones entre diversas metodologías

para abordar un mismo problema son imprescindibles siendo, en general, las ordenaciones resultantes de ellas muy similares salvo pequeños cambios de orden que suelen producirse cuando las alternativas son muy parecidas. Cabe pensar que, si las ordenaciones son muy divergentes bajo dos metodologías multicriterio distintas, el diseño de criterios, subcriterios, relaciones, etcétera debe ser revisado por los equipos médicos.

Tabla 1: Sistema de puntos para cirugía cardíaca

Fracción de eyección del ventrículo izquierdo (FEVI)		
FE < 30 %, isquemia reversible leve/ninguna	0	
FE > 50 %	4	
FE = 30 - 50 %	27	
FE < 30 % con isquemia reversible	35	
Beneficios previstos para calidad de vida después de la cirugía		
Ninguno / Pequeño beneficio	0	
Moderado beneficio	27	
Gran beneficio	35	
Insuficiencia ventricular izquierda (IVI) por isquemia		
No	0	
Si	22	

Fuente: Adaptado de Hansen y Ombler (2009)

4.2. Radioterapia de Intensidad Modulada

Otra aplicación interesante de las técnicas de optimización multiobjetivo se dedica a mejorar la efectividad de los tratamientos de Radioterapia de Intensidad Modulada (IMRT). La IMRT es un tratamiento tridimensional conformado que es capaz de generar un haz de irradiación de intensidad no uniforme (modulada) asignando de forma óptima diferentes pesos a pequeñas subdivisiones de los haces llamados *beamlets* o *bixeles* (Manterola *et al.*, 2009). La modulación del haz de irradiación se logra mediante el uso de los colimadores multihojas que permiten disminuir la dosis en los tejidos sanos y aumentarla en la zona tumoral (Figura 4).

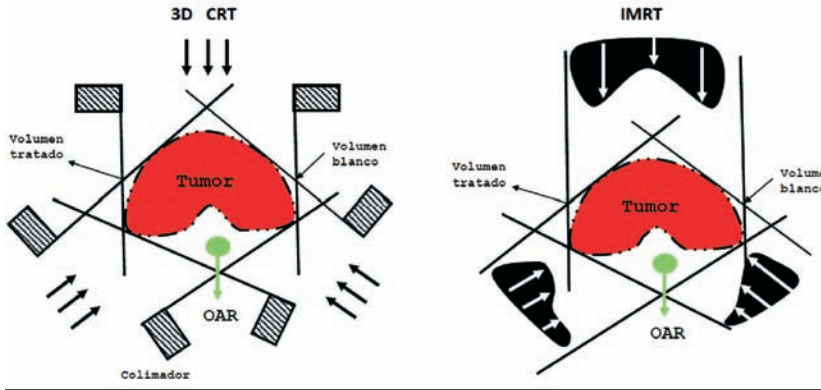


Figura 4: Fuente Mejía (2012)

En general, los problemas de determinación de los tratamientos óptimos de dosificación radioterápica son, en esencia, multiobjetivo con criterios claramente contrapuestos: administrar la dosis conveniente en la zona tumoral preservando lo máximo posible los tejidos sanos circundantes (órganos en riesgo y tejidos normales sanos). Sin embargo, inicialmente los modelos matemáticos usados para resolverlos eran exclusivamente uniobjetivo, y se minimizaba la suma ponderada de los objetivos en conflicto; este enfoque presenta dificultades porque resulta complicado determinar los pesos que aparecen en esa suma ya que no tienen un significado claro para el especialista clínico. A partir del año 2002, gracias a los investigadores Hamacher y Küfer, aparecen diseños multiobjetivo para resolver el problema de la dosificación IMRT.

Los modelos multiobjetivo aplicados a este problema tratan de superar algunas dificultades que se presentan cuando se aplican métodos clásicos uniobjetivo ¿cómo se agregan esos objetivos en conflicto? ¿tiene sentido esta agregación? ¿hasta qué punto puede ser el modelo compensatorio? La investigación de este tipo de problemas parece inclinarse mayoritariamente por utilizar la optimalidad de Pareto. Sabemos que obtener la frontera eficiente tiene su complicación, los algoritmos genéticos se han utilizado para esta tarea, pero quizás los métodos interactivos tienen más éxito porque no generan tantas soluciones sin sentido clínico y además en los métodos interactivos el equipo experto puede decidir

qué parte de la frontera eficiente tiene interés, qué tasas de compensación puede admitir para pasar de un plan de dosificación eficiente a otro y cuáles no. En resumen, puede *enseñar* al problema según su conocimiento y también puede *aprender* del problema puesto que el modelo les proporciona soluciones desconocidas que tienen que validar o rechazar. Además, es posible analizar la sensibilidad de un objetivo ante cambios en otro, por ejemplo, el impacto, suave o brusco, en los otros objetivos de la planificación ante un cambio en la dosis sobre el volumen crítico.

La optimalidad de Pareto también permite investigar una cuestión que es importante para los clínicos ¿qué ocurre con los tratamientos eficientes si se cambian las funciones objetivo? El interés de poder responder a esta pregunta es que existe controversia sobre la elección de la función objetivo adecuada. Se han utilizado funciones objetivo basadas tanto en respuestas biológicas como en dosis (Craft et al. 2005, Palta et al. 2003), pues hay que tener en cuenta que las funciones biológicas contienen parámetros inciertos. Algunas funciones utilizadas en los problemas de dosimetría óptima son (Figura 5): la máxima desviación entre la dosis recibida y el nivel deseado, la dosis media, la dosis equivalente uniforme, la probabilidad de controlar localmente el tumor (TCP), la probabilidad de complicación en el tejido normal (NTCP) y el riesgo de generar cáncer secundario por dosis periféricas: TCP, NTCP y SMNN risk por sus nombres en inglés, respectivamente (Sánchez-Nieto 1999, 2000; Nahum y Sánchez-Nieto, 2001). Un resultado matemático (Romeijn et al. 2004) permite sustituir una función por otra que sea una función creciente de la primera en la determinación de la frontera óptima de Pareto; así, bajo ciertas condiciones, se trabaja indistintamente con la probabilidad de complicaciones en el tejido normal (NTCP) o con la dosis equivalente uniforme (EUD).

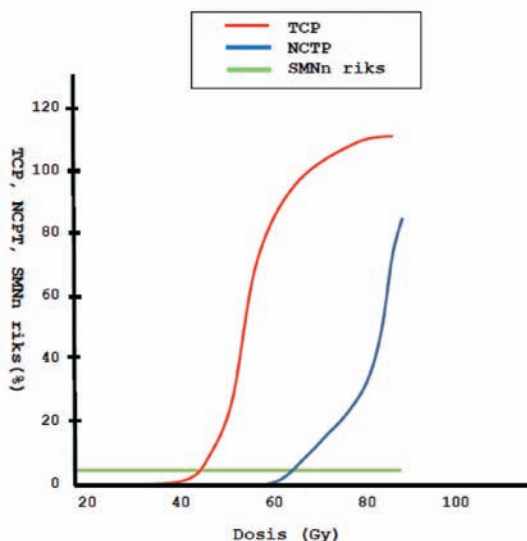


Figura 5. Funciones que modelan la respuesta de un paciente a un tratamiento concreto de RT. Fuente: Sánchez Nieto (2011).

Entre los métodos interactivos que dan buenos resultados está el método NIMBUS (Miettinen y Mäkelä, 2006), que se basa en una clasificación del comportamiento de los objetivos en cada solución óptima de Pareto obtenida, según los siguientes casos:

- (1) Funciones cuyos valores deben mejorarse.
- (2) Funciones cuyos valores deben mejorarse hasta un nivel de aspiración deseado.
- (3) Funciones cuyos valores son satisfactorios.
- (4) Funciones cuyos valores pueden empeorar hasta un cierto nivel.
- (5) Funciones cuyos valores pueden cambiar libremente.

Así, el equipo médico dirige la búsqueda del mejor tratamiento a partir de una solución eficiente donde debe determinar si, por ejemplo, el objetivo de máxima desviación de la dosis en el volumen blanco de su nivel deseado debe mejorarse hasta un cierto nivel. En esta situación, el tratamiento óptimo de Pareto en estudio tiene este objetivo clasificado

en la situación (2) y ese nivel de mejora debe ser fijado por el analista. También puede ser que, en esta misma planificación, la dosis media en algún órgano en riesgo deba mejorarse: se clasifica, entonces, este objetivo como en situación (1), etcétera. Con esta información revelada por el equipo experto se plantean modelos escalares que tratan de encontrar soluciones que se ajusten lo más posible a todas estas preferencias. El proceso se repite iterativamente hasta encontrar un plan de dosificación eficiente, por tanto, no se puede mejorar ningún objetivo sin empeorar algún otro, que además se ajuste al conocimiento del personal experto.

Otro tipo de modelos multiobjetivo que se ha aplicado con éxito para resolver problemas de optimización de dosis es el método lexicográfico (Figura 6) en el que los objetivos se agrupan según su prioridad para el equipo médico; solamente si los objetivos más importantes se alcanzan se puede abordar la mejora de los otros. La resolución se lleva a cabo secuencialmente, en cada paso se resuelve una prioridad, es decir, un modelo que minimiza el objetivo (o suma de los objetivos) en esa prioridad en un espacio factible definido para no empeorar los valores de los objetivos situados en los niveles de prioridad superiores; por tanto, cada una de las métricas de planificación que el equipo clínico ha determinado como más importantes no pueden empeorar el valor que han alcanzado en su prioridad. Como hemos dicho, este método siempre tiene el peligro de cualquier estrategia lexicográfica: podría haber objetivos clínicos que no se tienen en cuenta, en consecuencia, el equipo experto debe valorar si la solución encontrada es aceptable o debe cambiar las prioridades y ejecutar el nuevo modelo, para lo que también sería necesario un proceso interactivo.

Podemos concluir que cada avance en el tratamiento de imágenes, en tecnologías más precisas en la administración de los haces de irradiación, en descubrimientos clínicos sobre las respuestas biológicas de los pacientes, implicarán también un nuevo reto matemático. Será necesario construir funciones matemáticas y técnicas más sofisticadas de búsqueda de planes de irradiación más eficientes en la zona tumoral y con mínimo daño en los órganos y tejidos sanos circundantes.

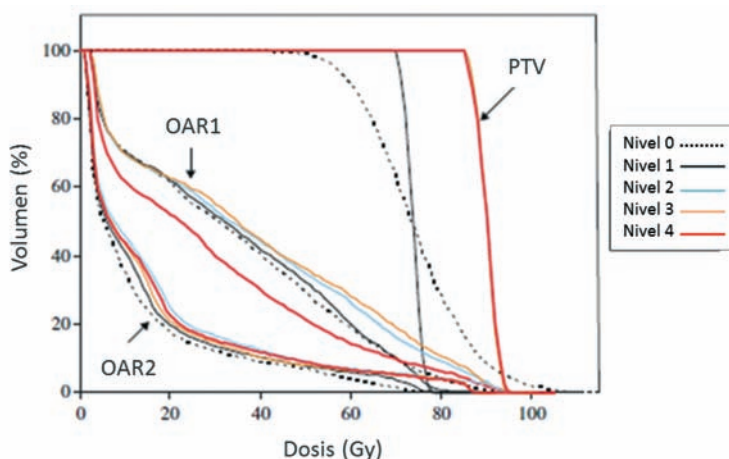


Figura 6: Histograma de dosis-volumen para la zona tumoral (PTV) con dos órganos en riesgo (OAR) para 4 niveles de prioridad. Fuente: Adaptado de Jee et al. (2007)

4.3. Aplicaciones de técnicas multicriterio en el ámbito de la Economía

Recordemos que el segundo pilar de la felicidad era el dinero; en efecto, sabemos que la economía es una parcela importante en la vida de las personas. Los ámbitos económicos a los que se han aplicado este tipo de técnicas son inabarcables, así que he elegido dos de ellos donde los aspectos de rentabilidad económica vienen acompañados de preocupaciones sociales y medioambientales y que, además, están relacionados con la docencia impartida en la Facultad Jovellanos y con la investigación de mi grupo, respectivamente.

4.4. Ecoturismo con ayuda de análisis multicriterio

El turismo, como actividad económica que necesita la interrelación y compromiso de muchos agentes valorando los distintos aspectos implicados en ella, ha sido también analizado mediante análisis multicriterio.

Además del evidente interés que tiene este tema, esta aplicación permite referirme a una técnica que no podía faltar hoy aquí. Las metodologías multicriterio desde casi su origen han utilizado la lógica difusa, en la que la Universidad de Oviedo cuenta con excelentes grupos de investigación. Quiero aprovechar la ocasión para rendir homenaje al profesor Pedro Gil, pionero en esta línea de investigación y que, aunque ausente en este acto, está presente en nuestro recuerdo.

El turismo como una industria importante, y que de momento no se puede externalizar, suscita el interés de todas las administraciones públicas y de numerosos grupos sociales. Hay muchos aspectos a valorar cuando se trata de la gestión turística, aspectos que pueden entrar en conflicto y no será posible encontrar la mejor alternativa que ofrezca un mejor comportamiento para todos ellos. En consecuencia, el turismo es un campo donde la investigación multicriterio ha aportado soluciones. Se han estudiado temas muy diversos como las cuestiones a mejorar en hoteles de balneario (Chen et al. 2011) para alcanzar una buena rentabilidad financiera, la elección de destinos turísticos, el diseño de políticas de emprendimiento (Jafari-Moghadam et al. 2017), la implementación de políticas turísticas (Liu et al. 2012), modelos de evaluación y mejora para sitios web de parques nacionales (Tsai et al. 2010), etcétera.

La Asamblea General de las Naciones Unidas ha declarado 2017 como Año Internacional del Turismo Sostenible para el Desarrollo. La protección medioambiental y la equidad social son dos objetivos ambiciosos que según la ONU los viajeros pueden ayudar a conseguir. Las iniciativas pretenden favorecer una manera de explorar el planeta que tenga un impacto bajo sobre la naturaleza y que sea un medio de crecimiento para los países en dificultades. En la Conferencia de las Naciones Unidas sobre Desarrollo Sostenible (Río + 20) se reconoció que, «bien diseñado y bien gestionado, el turismo puede contribuir a las tres dimensiones del desarrollo sostenible (económica, social y medioambiental), a la creación de empleo y al comercio».

El ecoturismo (Butowski, 2012), como parte del desarrollo sostenible, definido en el informe Bruntland (WCED, 1987) como aquel desarrollo que «satisface las necesidades del presente sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer sus propias nece-

sidades», comparte con este el carácter temporal que implica una responsabilidad intergeneracional de preservación de la naturaleza. También está presente el carácter espacial debido a la interacción entre los sistemas natural y social en el mismo espacio. El turismo sostenible es, por tanto, multidimensional e implica diversos criterios. Es necesario diseñar políticas de desarrollo económico compatibles con la biodiversidad, el equilibrio ecológico y la equidad internacional e intergeneracional.

Tabla 2: Definiciones de Ecoturismo

Es un viaje responsable a la naturaleza donde la flora, la fauna y el patrimonio cultural son los principales atractivos para conservar el medio ambiente y mejorar el bienestar de la población local. (Boo, 1990).
Se puede describir con los siguientes cinco conceptos: conservación de la naturaleza, bajo impacto, sostenibilidad, participación significativa de la comunidad y educación ambiental. (Ars y Bohanec, 2010).
Es una forma de turismo sostenible que se espera que contribuya a la conservación del medio ambiente y el desarrollo de la economía. (Jeong et al. 2014).
Es una estrategia de desarrollo sostenible basada en cinco principios: Estimular la conservación del medio ambiente, fomentar la participación de la comunidad (trabajando en cooperación con la población local), el empoderamiento de los grupos vulnerables (por ejemplo, las mujeres), proporcionar beneficios económicos (por ejemplo, empleos) y preservar la cultura local. (Cobbinah, 2015).

Durydiwka et al. (2010) asumen que el Turismo Sostenible se refiere principalmente a 3 tipos de turismo: el primero relacionado con el entorno natural (TS_{natural}), el segundo relacionada con los valores culturales (TS_{cultural}) y, por último, un turismo que exige ciertas habilidades de los viajeros ($TS_{\text{cualificado}}$). A partir de esta idea plantean la siguiente fórmula para recoger el Turismo Sostenible:

$$TS = TS_{\text{natural}} + TS_{\text{cultural}} + TS_{\text{cualificado}} + \left(\frac{TS_{\text{natural}}}{k} \times \frac{TS_{\text{cultural}}}{k} \times \frac{TS_{\text{cualificado}}}{k} \right)$$

siendo k un factor de corrección.⁶

⁶ Recogido en Butowski, 2012.

La clasificación del TS en estas tres categorías no excluyentes implica que el desarrollo de iniciativas empresariales de ecoturismo debería llevar asociado un análisis de la idoneidad del territorio para recibir viajeros de cada categoría.

La aplicación conjunta de técnicas multicriterio con los sistemas de información geográfica permite conseguir mapas de adecuación para la implantación de ecoturismo. Construir estos mapas puede considerarse, matemáticamente, un problema de clasificación. Cada zona recibirá una etiqueta que indicará la idoneidad para recibir alguna clase de TS. Podemos asimilar este problema con el de las listas de espera para cirugía de baipás: cada paciente es sustituido por una zona determinada con unas ciertas características naturales y socio-demográficas. Pero, como veremos a continuación, la existencia de muchos criterios en los que el espacio de resultados es continuo podría exigir otro tipo de representación de los juicios de los expertos.

Es importante definir los criterios necesarios para localizar las zonas propicias para el desarrollo de actividades turísticas sostenibles y para rechazar aquellas que no lo son por incluir ecosistemas frágiles o por no presentar encanto o atractivo turístico. Una revisión bibliográfica sobre los criterios utilizados en este tipo de estudios puede consultarse en Gigović et al. (2016). En todo caso, los criterios se deben adaptar a la región estudiada y siempre deben ser propuestos por los expertos de cada disciplina implicada.

Tabla 3. Criterios para zonificar el desarrollo ecoturístico

Criterios	Grupos o Clústeres
Altitud Pendiente Orientación Visibilidad	Topografía
Temperatura Precipitación Características geológicas Características del suelo	Naturaleza
Tipo y densidad de la vegetación Uso del suelo Área protegida Distancia a recursos hídricos	Medioambiente
Distancia a poblaciones Distancia a carreteras Distancia a lugares culturales Distancia a factores negativos	Socio-económico

Fuente: Adaptado a partir de Gigović et al. (2016).

Como se puede observar, la información que es necesario procesar es mayoritariamente objetiva, pero debe ser valorada por expertos, incluidos los grupos sociales implicados y las administraciones.

Cualquier forma de extraer y modelizar conocimiento experto es complicada.

¿Puede el experto valorar la adecuación a los tipos de TS de los diferentes resultados que pueden alcanzar los criterios? ¿y que, además, estas valoraciones estén normalizadas? Por ejemplo: ¿se puede otorgar un valor de adecuación a una altitud de 800m para un turismo de naturaleza? ¿pueden ser suaves esas valoraciones; es decir, sin cambios bruscos en caso de que haya pequeños cambios en los resultados de los criterios? ¿pueden reflejar la opinión del experto de forma razonablemente válida?

La respuesta es afirmativa, se puede hacer todo eso si utilizamos la herramienta adecuada: la normalización basada en funciones de pertenencia. Es decir, asignar un número entre 0 y 1 que mida la satisfacción/compatibilidad del valor alcanzado por el criterio con el tipo de turismo que se está valorando implantar. La utilización de funciones de pertenencia provenientes de la lógica difusa permite graduaciones suaves que van desde la inadecuación total (con un grado de pertenencia igual a 0) hasta la total adecuación (con un grado igual a 1) pasando por cualquier valor comprendido entre 0 y 1. Los expertos y decisores tienen que determinar cuáles son esos parámetros que definen la función de pertenencia de tipo lineal, sigmoidal, gaussiana, logística, etcétera a utilizar en el modelo.

Otra cuestión importante es cómo agregar todas las valoraciones generadas para cada celda en el sistema geográfico, las dos herramientas necesarias son el operador matemático utilizado (suma, producto, mínimo, máximo) y los pesos de importancia que se tienen que aplicar. La media ponderada es un operador de agregación admisible en muchos ámbitos; por ejemplo, algunos investigadores lo han utilizado (Gigović et al. 2016) en este mismo que analiza las condiciones territoriales para desarrollar iniciativas ecoturistas, aunque también sería posible utilizar métodos como TOPSIS, VIKOR (Opricovic y Tzeng 2004), operadores OWA (Yager 1988) o la integral de Choquet (Choquet, 1953, Grabisch, 1996).

La fijación de pesos, es decir determinar la importancia relativa de los criterios, es un problema muy importante en cualquier método multicriterio y la forma de llevarla a cabo da lugar a distintas metodologías; por ejemplo, la metodología AHP y sus extensiones que, como he dicho, utiliza las comparaciones a pares como paso previo a la determinación de esos pesos.

Debido a las fuertes interrelaciones presentes en los criterios asociados al desarrollo de actividades de turismo sostenible, es necesario diseñar redes o mapas de influencia a partir de los que sería posible obtener los pesos de importancia. Ejemplo de estas metodologías capaces de generar relaciones causa-efecto es DEMATEL (*Decision Making Trial and Evaluation Laboratory*) desarrollado en el Centro de Investigaciones de Ginebra del Instituto Battelle en los años setenta por Duval et al. (1974) y basado en la teoría de las cadenas de Markov. DEMATEL, como también el método ANP, permite eliminar la restricción de la independencia de los criterios; ahora se pueden considerar las posibles influencias entre ellos y obtener pesos de importancia relativa identificando cuáles son los factores que reciben influencia y cuáles los que ejercen influencia. Además, la determinación de los elementos que son *causas* permitirá poner el énfasis en ellos. Para conseguir estos mapas de influencias es necesario la participación directa de expertos en desarrollo turístico, planificación espacial y protección medioambiental. El método DEMATEL se basa en utilizar una escala numérica desde 0 (no influencia) a 4 (muchísima influencia) para determinar el grado de influencia de un elemento de decisión sobre el otro. A partir de esta matriz de influencias se determinan los mapas Impacto-Relación.

Una vez calificadas todas las zonas territoriales tras aplicar la suma ponderada de valoraciones sobre todos los criterios, se puede generar categorías a partir de la partición del intervalo [0,1]. Estas categorías indican qué tipos de actividades turísticas serían convenientes en cada una. Zonas con fuerte sensibilidad ecológica en las que actividades incontroladas pueden producir serios daños en el medioambiente y, por tanto, el turismo debe limitarse y aplicar fuertes restricciones en cuanto al número de visitantes, duración de la estancia, comportamientos etcétera. Otras zonas cuya riqueza etnográfica puede ser un valor interesante para el eco-

turista o zonas con poca población y muy envejecida a las que este tipo de turismo puede aportarles una posibilidad de desarrollo sostenible.

El tratamiento sistemático de todos los elementos implicados en el ecoturismo permitirá tomar decisiones más acertadas y detectar los puntos fuertes y débiles de cada territorio.

4.5. Inversión Socialmente Responsable

Otro caso de optimización multicriterio es la Inversión Socialmente Responsable que se refiere a la actitud de aquellos inversores que tienen en cuenta el comportamiento social, medioambiental y económico de las empresas en las que deciden invertir. Esta forma de inversión ya está presente en los mercados financieros de todos los países (Morningsstar, Inc.) aunque en nuestro país no ha alcanzado tanto desarrollo como en los países vecinos. Los orígenes de este tipo de inversiones están asociados a grupos religiosos de principios del siglo pasado y, por tanto, presentaban una componente moral muy fuerte. En la actualidad hay una variedad de activos financieros, fundamentalmente fondos de inversión e índices de mercado sostenibles asociados a índices convencionales, por ejemplo, los índices Dow Jones Sustainability, el FTSE4Good, FTSE4Good IBEX o el Índice MSCI-ESG, que se comercializan como socialmente responsables y no están ligados a creencias o prácticas religiosas sino a preocupaciones sociales, medioambientales y de buenas prácticas empresariales. Paralelamente a esta expansión desde los grupos religiosos a toda la sociedad, las estrategias de este tipo de inversiones se han movido desde filtros de exclusión para empresas con actividades dañinas para la sociedad hasta las más actuales de búsqueda de empresas en cada sector industrial con los mejores comportamientos sociales y de conservación del medioambiente. Sin embargo, a pesar del aumento de estas inversiones todavía representan una proporción pequeña del mercado convencional, y ahí están los fondos buitre para recordárnoslo.

En este momento hay mucha investigación en este campo, en el que una cuestión clave es responder a la pregunta de si los inversores asumen un sacrificio financiero por invertir de forma sostenible. Hay una extensa literatura sobre el tema, pero las conclusiones son divergentes.

Desde el punto de vista matemático parece que, en principio, restringir el universo de inversión debería llevar a una solución igual o peor en términos de rentabilidad financiera. Las investigaciones indican que el horizonte de inversión y la actitud del inversor hacia el riesgo son características que influyen en esta posible pérdida financiera. Otras temáticas de interés son las motivaciones de los inversores socialmente responsables (Chatterji et al. 2009) y las diferencias geográficas entre ellas.

Podemos decir que el inversor socialmente responsable necesita disponer de medidas de rentabilidad financiera, de medidas de sostenibilidad y conocer el verdadero impacto social y medioambiental de sus inversiones. El primer tipo de información es accesible en mercados desarrollados, pero es necesario perfeccionar y crear métricas para las dos últimas cuestiones. El inversor socialmente responsable debe poder ser un cliente totalmente informado.

El rendimiento en sostenibilidad corporativa debe basarse en «la medida en que una empresa adopta factores económicos, ambientales, sociales y de gobierno corporativo en sus operaciones y, en última instancia, el impacto que ejercen estos sobre la empresa y la sociedad» (Artiach et al. 2010). En estos momentos, no hay una metodología universalmente aceptada para medir la sostenibilidad corporativa. Se han propuesto indicadores a nivel de corporación individual (Palme y Tillman 2008 y Searcy et al. 2007) y a nivel de industria (Azapagic 2004 y Nordheim y Barrasso 2007), muchos de estos indicadores se construyen aplicando métodos multicriterio. Hay un interés cada vez mayor por parte de las empresas en informar sobre sus actuaciones empresariales pero se necesitan herramientas de normalización, supervisión y transparencia; en este sentido la GRI (*Global Reporting Initiative*), que nació en 1995 como un proyecto conjunto entre el PNUMA (Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente) y la organización CERES (*Coalition for Environmentally Responsible Economies*), tiene como objetivo elaborar y difundir la *Guía para la Elaboración de Memorias de Sostenibilidad*. Esta guía se admite como un marco global para elaborar las memorias de sostenibilidad de las empresas. La mayoría de las grandes empresas de nuestro país se han adherido a esta iniciativa y así lo declaran en sus

memorias. Sin embargo, el análisis pormenorizado de estas memorias realizado por mi grupo de investigación (Bilbao-Terol et al. 2017) ha puesto de manifiesto divergencias entre estas memorias y la Guía GRI; una empresa del sector energía; ACCIONA, es la que presenta la memoria más acorde con el estándar que promueve la GRI. A pesar del avance que supone la publicación de las memorias de sostenibilidad, muchos investigadores y grupos sociales ponen en tela de juicio la fiabilidad de esta información auto-proclamada (Boiral 2013). Una alternativa de verificación del comportamiento sostenible de las empresas es acudir a las agencias externas de calificación social como Vigeo, MSCI ESG o Covalence, entre otras, que analizan los diversos aspectos de la responsabilidad empresarial. Existen estudios econométricos que analizan la relación entre la publicación por parte de estas agencias de las listas de sostenibilidad empresarial y la respuesta bursátil en los días posteriores; estos estudios parecen mostrar que la relación es positiva: buenas posiciones van ligadas a subidas bursátiles (Elayan et al. 2016). Parece, pues, que el inversor tiene fe en esas agencias; por su propio bien y el del planeta esperemos que no se la hagan perder en el futuro.

También la Inversión Socialmente Responsable necesita nuevos modelos de selección de carteras que tengan en cuenta los criterios financieros clásicos junto con otros criterios asociados a la sostenibilidad social. Matemáticamente, la selección de carteras en un universo de inversión es un problema continuo que podríamos encuadrar en la misma tipología que los problemas de diseño de tratamientos radioterápicos. Se tratan de modelos multiobjetivo con varias funciones representando características financieras, como, por ejemplo, la rentabilidad esperada, el valor en riesgo condicional y otras asociadas a los diversos dominios de la sostenibilidad (Bilbao-Terol et al. 2012, 2016).

Nuestro grupo de investigación ha trabajado en obtener expresiones matemáticas para esos criterios sociales a partir de información suministrada por las empresas en sus memorias de sostenibilidad o la que aparece en los folletos de los fondos de inversión y también utilizando valoraciones de agencias de calificación social. La determinación de la importancia relativa para el inversor particular de los criterios se ha realizado mediante diversas técnicas de lógica difusa, y, en algunos trabajos

hemos utilizado comparaciones pareadas. El tratamiento conjunto de todos los objetivos se realiza mediante modelos de metas o de programación compromiso. (Bilbao-Terol et al. 2016).

Voy a finalizar este apartado haciendo una breve mención al tercer pilar de la felicidad, el amor. En este caso, el decisor no tiene que dar una explicación razonable y racional de sus criterios de elección y puede, por tanto, prescindir de una toma de decisiones modelada. Ahora bien, también tiene a su alcance, si así lo desea, plantearse y tratar de utilizar algunos de los paradigmas de la decisión multicriterio: *el valor que queremos dar, con quién o quiénes queremos medirnos, qué metas queremos marcar, qué es lo que podemos mejorar...* Que cada cual elija su mejor modelo.

5. Conclusiones

Quiero concluir mi intervención resumiendo lo que considero que son las principales virtudes de las Técnicas Multicriterio.

La metodología multicriterio es adecuada y yo diría que imprescindible cuando hay que tomar decisiones en el ámbito público, es decir, cuando los resultados de esas decisiones afectan a toda la población en el presente y en el futuro. Nos vienen a la mente algunas actuaciones recientes en nuestro país (construcciones de infraestructuras innecesarias, puentes sobre puentes, etcétera) que nos hacen preguntarnos ¿Quiénes fueron los expertos? ¿Qué criterios se utilizaron? ¿Qué grupos sociales afectados fueron consultados? ¿Cuáles fueron las prioridades, los pesos de importancia entre los criterios? ¿Cómo se valoraron las alternativas? Los métodos multicriterio para las decisiones públicas permiten una mayor transparencia y seguimiento de las acciones llevadas a cabo. Por supuesto, no son infalibles pero la estructuración del problema que es necesaria para aplicar cualquiera de las metodologías disponibles permiten llevar a cabo análisis de sensibilidad, es decir, dar respuestas a ¿Qué pasaría si...? que podrían ayudar a rechazar alternativas de gran riesgo.

Hemos pasado a incorporar en la toma de decisiones a los *grupos de interés o grupos sociales afectados*, esto añade complejidad a los pro-

cesos de decisión y, por tanto, se hacen necesarias formalizaciones matemáticas que permitan organizar todos los elementos a tener en cuenta y ayudar a los decisores a determinar los correspondientes pesos de importancia. No se puede decidir qué es *lo mejor* si no decidimos antes qué es *lo importante* o *lo más importante* y, además, es necesario aplicar operadores de agregación adecuados al problema tratado. Y ello implica necesariamente multidisciplinaridad, aparte de intervenir muchas ramas de las Matemáticas, otras disciplinas como la Psicología, Sociología, Derecho, Medicina, Ética, Ecología, etcétera son receptoras y emisoras de este tipo de técnicas.

En mi opinión el desarrollo de las técnicas multicriterio se debe a la evolución de la sociedad, la existencia de un dictador, de un decisor único, de un solo criterio, ya no se admite. La aparición de problemas globales, la concienciación de los problemas medioambientales y humanitarios, la extensión del conocimiento a toda la Sociedad, implica procesos de decisión atendiendo a diferentes sensibilidades y criterios. Ahora ya no podemos decidir basándonos en un solo criterio, no puede decidir solo una persona, solo un país, y además exigimos explicaciones sobre las razones de las decisiones tomadas. La sociedad es cada vez más participativa.

Recordemos las aplicaciones que hemos mencionado en las que se puede apreciar el carácter discreto de la Teoría de la Decisión Multicriterio: son los expertos y los agentes interesados los que tienen el protagonismo. Y las matemáticas se limitan a modelizar. Son unas matemáticas *modestas* que permanecen en segundo plano. El éxito de un tratamiento radioterápico o el diseño eficiente y transparente de listas de espera se deben al buen hacer y saber de los equipos clínicos y de una sociedad que decide ese modelo de Sanidad y no de las técnicas multicriterio utilizadas, pero su uso ayuda a construir mejores soluciones y la decisión tomada gana en transparencia y accesibilidad.

Aún en contra de algunas opiniones que consideran el valor puramente estético de las Matemáticas como sistemas abstractos con coherencia interna perfecta y, por tanto, con *belleza intelectual*, considero que la mayor parte de los avances matemáticos han tratado y tratan de resolver problemas cotidianos de la humanidad, así fue en sus orígenes

(desarrollo de la geometría en el antiguo Egipto para medir las fincas después de las crecidas del Nilo) como es ahora con la revolución digital. Es verdad que, en numerosas ocasiones, las Matemáticas encuentran la solución antes de que aparezca el problema: las fórmulas que Johann Radon planteó en 1917 dentro de la geometría integral no pudieron aplicarse hasta 30 años después, cuando se construyeron los primeros aparatos de rayos X, el álgebra de Boole, con origen a mediados del siglo XIX tuvo su aplicación en la revolución electrónica y en la digital en el siglo XX, el algoritmo PageRank utilizado por Google es una aplicación de la teoría de Cadenas de Markov, desarrollada hace más de un siglo, etcétera.

Todos sabemos que las Matemáticas han soportado y soportan grandes avances científicos y tecnológicos que mejoran la calidad de vida de las personas. La tomografía axial es una consecuencia de la mencionada geometría integral, los ordenadores son corolarios de teorías matemáticas como, por ejemplo, la célebre máquina de Turing y si me permiten la digresión del tema principal de esta lección, recordando a Turing quiero reflexionar sobre los daños de la intransigencia humana. Pensamos que estas actuaciones solamente tienen consecuencias sobre las personas que las padecen, pero esto no es verdad, toda la humanidad presente y futura sufrirá la falta de avances del conocimiento que Turing no pudo realizar por su temprana muerte. Más cercano a nuestro ámbito quiero recordar al rector de la Universidad de Oviedo, Leopoldo Alas que también sufrió esta intransigencia y agradezco al Sr. Rector el acto de homenaje que organizó y que permite la concienciación de toda la comunidad universitaria, especialmente de la más joven, de tan terrible episodio.

Quiero acabar recordando, en especial a nuestras alumnas y alumnos, las palabras de Condorcet: «las Matemáticas deben servir a las ciencias morales cuyo objetivo es la felicidad del ser humano», en sintonía con las de su coetánea, Madame de Staël quien, en su obra *De la influencia de las pasiones sobre la felicidad de los individuos y las naciones*, hace depender la felicidad de las naciones de la libertad y del buen gobierno y la de los individuos de la independencia del alma.

¿Y cómo se consigue la independencia del alma sino con el conocimiento y el pensamiento?

6. Referencias

- ABBASGHOLIZADEH RAHIMI, S., JAMSHIDI, A.: *Prioritization of Organ Transplant Patients using Analytic Network Process*. Proceedings of the 2014 Industrial and Systems Engineering Research Conference. Y. Guan and H. Liao, eds. 2014.
- AGENDA 21: UN Conference on Environment and Development, Rio de Janeiro: 1992.
- AGENDA 21 FOR THE TRAVEL AND TOURISM INDUSTRY: *Towards Environmentally Sustainable Development* WTTC, UNWTO, Earth Council. 1996.
- ARROW, K.: «A Difficulty in the Concept of Social Welfare», *The Journal of Political Economy* 58(4), 1950, págs. 328-346.
- ARTIACH, T., LEE, D., NELSON, D., WALKER, J.: «The determinants of corporate sustainability performance», *Accounting and Finance* 50 (1), 2010, págs. 31-51.
- ARS, M. S., BOHANEK, M.: «Towards the ecotourism: a decision support model for the assessment of sustainability of mountain huts in the Alps», *Journal of Environmental Management* 91, 2010, págs. 2554-2564.
- AZAPAGIC, A.: «Developing a framework for sustainable development indicators for the mining and minerals industry», *Journal of Cleaner Production* 12 (6), 2004, págs. 639-662.
- BILBAO-TEROL, A., ARENAS-PARRA, M., CAÑAL-FERNÁNDEZ, V.: «A fuzzy multi-objective approach for sustainable investments», *Expert Systems with Applications*, 39(12), 2012, págs. 10904-10915.
- BILBAO-TEROL, A., ARENAS-PARRA, M., CAÑAL-FERNÁNDEZ, V., JIMÉNEZ, M.: «A sequential goal programming model with fuzzy hierarchies to Sustainable and responsible portfolio selection problem», *Journal of the Operational Research Society*, 67(10), 2016, págs. 1259-1273.
- BILBAO-TEROL, A., ARENAS-PARRA, M., CAÑAL-FERNÁNDEZ, V., OBAM-EYANG, P. N.: «Multi-criteria analysis of the GRI sustainability reports: an application to Socially Responsible Investment», *Journal of the Operational Research Society*, 1-26 (artículo en prensa). 2017.

- BOIRAL, O.: «Sustainability reports as simulacra? A counter-account of A and A+GRI reports», *Accounting, Auditing & Accountability Journal*, 26 (7), 2013, págs. 1036-1071.
- BOO, E.: *Ecotourism: The Potentials and Pitfalls*, vols. 1 and 2, Washington, DC: World Wild Life Fund, 1990.
- BRANS, J. P.: *L'Ingénierie de la décision. Elaboration d'instruments d'Aide à la décision. La méthode PROMETHEE*. Université LAVAL. Colloque d'Aide à la Décision, Québec: 1982, págs. 183-213.
- BUTOWSKI, L.: *Sustainable Tourism –A Model Approach. Visions for Global Tourism Industry - Creating and Sustaining Competitive Strategies*. Edited by Murat Kasimoglu, 2012.
- CHARNES, A., COOPER, W. W.: *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. Nueva York: John Wiley and Sons, 1961.
- CHARNES, A., COOPER, W. W., FERGUSON, R.: «Optimal estimation of executive compensation by linear programming», *Management Science* 1(2), 1955, págs. 138-151.
- CHATTERJI, A., LEVINE, D., TOFFEL, M. W.: «How well do social ratings actually measure corporate social responsibility?», *Journal of Economics and Management Strategy* 18 (1), 2009, págs. 125-169.
- CHEN, F. H., HSU, T. S., TZENG, G. H.: «A balanced scorecard approach to establish a performance evaluation and relationship model for hot spring hotels based on a hybrid MCDM model combining DEMATEL and ANP», *International Journal of Hospitality Management* 30(4), 2011, págs. 908-932.
- CHOQUET, G.: «Theory of capacities», *Annales de l'Institut Fourier* 5, 1953, págs. 131-295.
- COBBINAH, P. B.: «Contextualising the meaning of ecotourism», *Tourism Management Perspectives* 16, 2016, págs. 179-189.
- CRAFT, D., HALABI, T., BORTFELD, T.: «Exploration of tradeoffs in intensity-modulated radiotherapy», *Physics in Medicine and Biology* 50, 2005, págs. 5857-5868.
- DRUMM, A., MOORE, A., SALES, A., PATTERSON, C., TERBORGH, J. E.: *The business of ecotourism management and development. Ecotourism Development – A Manual for Conservation Planners and Man-*

- agers, vol. 2. The Nature Conservancy: Arlington, Virginia, USA: 2004.
- DURYDIWKA, M., KOWALCZYK, A., KULCZYK, S.: «Definicja i zakres pojęcia 'turystyka Zrównowa żona'», *Turystyka zrównowa żona*, Kowalczyk (ed.), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa: 2010, págs. 21-43
- DUVAL A., FONTELA, E., GABUS, A.: *DEMATEL Report No. 1: Cross-Impact: A Handbook on Concepts and Applications Innovative Methods*. 1974.
- ELAYAN, F. A., LI, J., ZHEFENG FRANK LIU, Z. F.: «Changes in the Covalence Ethical Quote, Financial Performance and Financial Reporting Quality», *Journal of Business Ethics* 134(3), 2016, págs. 369-395.
- FORTEmps, Ph., SLOWINSKI, R.: «A graded quadrivalent logic for preference modelling: Loyola-like approach», *Fuzzy Optimization and Decision Making* 1(1), 2002, págs. 93-111.
- GHAMGOSAR, M., HAGHYGHY, M., MEHRDOUST, F., ARSHAD, N.: «Multicriteria Decision Making Based on Analytical Hierarchy Process (AHP) in GIS for Tourism», *Middle-East Journal of Scientific Research* 10 (4), 2011, págs. 501-507.
- GIGOVIĆ, L., PAMUČAR, D., LUKIĆ, D., MARKOVIĆ, S.: «GIS-Fuzzy DEMATEL MCDA model for the evaluation of the sites for ecotourism development: A case study of "Dunavski ključ" region, Serbia», *Land Use Policy* (58), 2016, págs. 348-365.
- GRABISCH, M.: «The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making», *European Journal of Operational Research* 89(3), 1996, págs. 445-456.
- HADORN, D. C., HOLMES, A. C.: «The New Zealand priority criteria project. Part 2: coronary artery bypass graft surgery», *British Medical Journal* 314, 1997, págs. 135-138.
- HAMACHER, H. W., KÜFER, K. H.: «Inverse radiation therapy planning – a multiple objective optimization approach», *Discrete Applied Mathematics* 118, 2002, págs. 145-161.
- HANNAN, E. L.: «Nondominance in goal programming», *INFOR. Canadian Journal of Operational Research and Information Processing* 18, 1980, págs. 300-309.

- HANSEN P., OMBLER, F.: «A new method for scoring additive multi-attribute value models using pairwise rankings of alternatives», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 15: 2009, págs. 87–107.
- HIDALGO TUÑÓN, A.: *El principio de racionalidad limitada de H. A. Simón y el Premio Nobel de Economía*, Oviedo: Fundación Gustavo Bueno. 1978.
- HWANG, C. L., YOON K.: «Multiple Attribute Decision Making», *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 186, Berlin: Springer-Verlag, 1981.
- JAFARI-MOGHADAM S., REZA ZALI, M., Sanaeepour, H.: «Tourism entrepreneurship policy: a hybrid MCDM model combining DEMATEL and ANP (DANP)», *Decision Science Letters* 6, 2017, págs. 233–250.
- JEE, K. W., MCSHAN, D. L., FRAASS, B. A.: «Lexicographic ordering: intuitive multicriteria optimization for IMRT», *Physics in Medicine and Biology* 52, 2007, págs. 1845–61.
- JEONG, J. S., GARCÍA-MORUNO, L., HERNÁNDEZ-BLANCO, J. y JARAÍZ-CABANILLAS, F. J.: «An operational method to supporting siting decisions for sustainable rural second home planning in ecotourism sites», *Land Use Policy* 41, 2014, págs. 550–560.
- JONES D., TAMIZ, M.: «Practical goal programming», *International Series in Operations Research and Management Science*, New York: Springer, 2010.
- KEENEY, R. L., RAIFFA, H.: *Decision with Multiple Objectives*. Wiley, New York: 1976. (2.^a ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1993).
- KOCH, T., ROWELL, M.: «A pilot study on transplant eligibility criteria: valuing the stories in numbers», *Pediatric Nursing* 23 (2), 1997, pág. 160.
- KOCH, T., ROWELL, M.: «The dream of consensus: finding common ground in a bioethical context», *Theoretical Medicine and Bioethics* 20(3), 1999, págs. 261–273.
- KOLATA, G.: «Families are barriers to many organ donations, study finds». *New York Times*, 1995, p. A13, col. 4.
- KOOPMANS, T. C.: «Analysis of production as an efficient combination of activities», en Koopmans, T. C. (Ed.). *Activity Analysis of Produc-*

- tion and Allocation*, Cowles Comm. Monogr., 13, New York: John Wiley, 1951, págs. 33-97.
- KUHN, H. W., TUCKER, A. W.: *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium, Nonlinear programming*, Berkeley: University of California Press, 1951.
- LIBERATORE, M. J., NYDICK, R. L.: «The analytic hierarchy process in medical and health care decision making: A literature review», *European Journal of Operational Research* 189, 2008, págs. 194-207.
- LIN, C. S., HARRIS, Sh. L.: «A Unified Framework for the Prioritization of Organ Transplant Patients: AHP, Sensitivity and Multifactor Robustness Study». *Journal of Multicriteria Decision Analysis* 20, 2013, págs. 157-172.
- LIU, C. H., TZENG, G. H., LEE, M. H.: «Improving tourism policy implementation—The use of hybrid MCDM models», *Tourism Management* 33 (2), 2012, págs. 413-426.
- MACCRIMMON, K. R.: «An overview of multiple objective decision making», en Cochrane, J. L.; Zeleny, editors, *Multiple Criteria Decision Making*, 18-43. University of South Carolina Press. 1973.
- MANTEROLA, A., ROMERO, P., ASÍN, G., RICO, M., SOLA, A., VILA, M. T.: «Aplicación clínica de la radioterapia de intensidad modulada», *Anales del Sistema Sanitario de Navarra* 32 (2), 2009, págs. 21-31.
- MEJÍA AGUDELO, L. A.: *Análisis dosimétrico de las distribuciones de dosis para las técnicas de tratamiento (campos tangenciales con cuñas, campos complementarios e IMRT) en radioterapia de cáncer de mama*. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Colombia. 2012. Disponible en <http://www.bdigital.unal.edu.co/12966/>.
- MIETTINEN, K., MÄKELÄ, M. M.: «Synchronous approach in interactive multiobjective optimization», *European Journal of Operational Research* 170(3), 2006, págs. 909-922.
- MITCHELL, T. R.: «Matching motivational strategies with organizational contexts», en L. L. Cummings and B. M. Staw (Eds.). *Research in organizational behavior* 19, Greenwich, CT: JAI Press Inc., 1997, págs. 57-149.
- MOLINA, H.: «Establecimiento de metas, comportamiento y desempeño», *Estudios Gerenciales*, 16(75), 2000, 23-33.

- Disponible en [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script= sci_ art- text&pid=S0123-59232000000200002&lng=en&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-59232000000200002&lng=en&tlng=es).
- NAHUM, A. E., SANCHEZ-NIETO, B.: «Tumour Control Probability Modeling: Basic Principles and Applications», *Treatment Planning Physica Medica* 17 (2), 2001, págs. 13-23.
- NEWMAN, P. (editor): *F. Y. Edgeworth's "Mathematical Psychics" and Further Papers on Political Economy*. Oxford: Oxford University Press, 2003.
- NORDHEIM, E., BARRASSO, G.: «Sustainable development indicators of the European aluminum industry», *Journal of Cleaner Production* 15 (3), 2007, págs. 275-279.
- OPRICOVIC, S.: *Multicriteria Optimization of Civil Engineering Systems*, Belgrade: Faculty of Civil Engineering, 1998.
- OPRICOVIC, S., TZENG, G. H.: «Compromise Solution by MCDM Methods: A Comparative Analysis of VIKOR and TOPSIS», *European Journal of Operational Research* 156, 2004, págs. 445-455.
- OUCHI, W.: *Teoría Z: Cómo pueden las empresas hacer frente al desafío japonés*, Barcelona: Ediciones ORBIS, S. A., 1982.
- PALME, U., TILLMAN, A.: «Sustainable development indicators: how are they used in Swedish water utilities?», *Journal of Cleaner Production* 16 (13), 2008, págs. 1346-1357.
- PALTA, J. R., MACKIE, T. R., CHEN, Z.: «Intensity-Modulated Radiation Therapy—The State of the Art», *Medical Physics* 30, 2003, pág. 3265.
- RADON, J.: *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte Insg gewisser Mannigfaltigkeiten*. Akademie der Wissenschaften, Leipzig: Sitzung Vom 30, 1917, págs. 262-277.
- ROMELJN, H. E., DEMPSEY, J. F., LI, J. G.: «A unifying framework for multi-criteria fluence map optimization models», *Physics in Medicine and Biology* 49, 2004, págs. 1991-2013.
- ROY, B.: «Classement et Choix en Présence de Points de Vue Multiples, la Méthode ELECTRE. R. A. I. R. O.», *Révue Francaise D'Informatique et de Recherche Opérationnelle* 2, 1968, págs. 57-75.
- RUOTSALAINEN, H., BOMAN, E., MIETTINEN, K., & HÄMÄLÄINEN, J.: *Interactive multiobjective optimization for IMRT*. Working Papers, W-409. 2006. Disponible en <http://hsepubl.lib.hse.fi/pdf/wp/w409.pdf>.

- SAATY, T. L.: *The Analytic Hierarchy Process*, New York: McGraw Hill International, 1980.
- SÁNCHEZ NIETO, B.: «El arte de la radioterapia». *RIF* 7, octubre, 2011.
- SÁNCHEZ-NIETO, B., NAHUM, A. E.: «The DTCP concept: a clinically useful measure of Tumour Control Probability», *International Journal of Radiation Oncology • Biology • Physics* 44(2), 1999, págs. 369-380.
- SANCHEZ-NIETO, B., NAHUM, A. E.: «BIOPLAN: software for the biological evaluation of radiotherapy treatment plans», *Medical Dosimetry* 25(2), 2000, págs. 71-76.
- SCHAFER, J. D.: «Multiple objective optimization with vector evaluated generic algorithms», en *Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, 1985, págs. 93-100.
- SEARCY, C., MCCARTNEY, D., KARAPETROVIC, S.: «Sustainable development indicators for the transmission system of an electric utility», *Corporate Social Responsibility and Environmental Management* 14 (3), 2007, págs. 135-151.
- SEN, A.: *Markets and freedom: Achievements and limitations of the market mechanism in promoting individual freedoms*. Oxford Economic Papers 45(4), 1993, págs. 519-541.
- SIMON, H. A.: «Rational Choice and the Structure of the Environment», *Psychological Review* 63, 1956, págs. 129-138.
- SIMON, H. A.: «Barriers and bounds to Rationality», *Structural Change and Economic Dynamics* 11 (1-2), 2000, págs. 243-253.
- TSAI, W. H., CHOU, W. C., LAI, C. W.: «An effective evaluation model and improvement analysis for national park websites: A case study of Taiwan», *Tourism Management* 31 (6), 2010, págs. 936-952.
- WORLD COMMISSION ON ENVIRONMENT AND DEVELOPMENT (WCED): *Our Common Future*. Oxford: Oxford University Press, 1987.
- WICKSELL, K.: «Vilfredo Pareto's Manuel d'économie politique», en Knut Wicksell: *Selected Papers on Economic Theory*, ed. Lindahl, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1958. págs. 159-175.
- YAGER, R. R.: «On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multi-Criteria Decision Making». *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 18, 1988, págs. 183-190.

- YOUNGKONG, S., BALTUSSEN, R., TANTIVESS, S., MOHARA, A., TEERAWAT-TANANON, Y.: «Multicriteria decision analysis for including health interventions in the universal health coverage benefit package in Thailand», *Value Health* 15, 2012, págs. 961-970.
- YU, P. L.: «A Class of Solutions for Group Decision Problems», *Management Sciences* 19, 1973, págs. 936-946.
- YU, P. L., ZELENY, M.: «The set of all nondominated solutions in linear cases and a multicriteria simplex method», *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 49, 1975, págs. 430-468.
- ZELENY, M.: «A Concept of Compromise Solutions and the Method of the Displaced Ideal», *Computers and Operations Research* 1, 1974, 479-496.

Páginas Web

Página web sobre Condorcet:

<https://ztfnews.wordpress.com/tag/nicolas-de-condorcet/>

Página web sobre Psicología de la toma de decisiones:

García Palomino, A. G., 2016. Toma de decisiones.
https://prezi.com/9v_ms7lv5f7e/9-toma-de-decisiones/?webgl=0
(Consultado en mayo de 2017).

Página web sobre presupuestos participativos:

<http://zaragoza.es/ciudad/presupuestos-participativos/metodologia.htm>
<http://zaragoza.es/ciudad/presupuestos-participativos/ecogno.htm>

Página sobre tomografía axial computarizada:

https://es.wikipedia.org/wiki/Tomograf%C3%ADa_axial_computarizada

Página sobre el algoritmo de búsqueda de Google:

<https://es.wikipedia.org/wiki/PageRank>

