

MatematiCartoon: las Matemáticas y la Estadística a través de los Dibujos Animados

García Ventosa, Roberto Aquilino / robertoa.garcia@urjc.es
Departamento de Economía Aplicada I
Universidad Rey Juan Carlos - Madrid

Escribano Ródenas, M^a Carmen / escrod@ceu.es
Departamento de Matemáticas y Ciencia de Datos
Universidad San Pablo CEU - Madrid

RESUMEN

Si hay un género cinematográfico que nos acompaña durante toda nuestra vida, son los Dibujos Animados. Atrás quedó la época en la que este género se dirigía únicamente a los más pequeños, y hoy día personas de todas las edades disfrutan de auténticas maravillas hechas a mano o por ordenador, que nos cautivan no sólo por su tecnología deslumbrante, sino también por sus elaborados guiones, su humor, su ternura y su imaginación desbordante.

El cine se ha revelado como un estimable recurso didáctico para el estudio de las Ciencias. Existen innumerables puntos positivos que recomiendan su aplicación en el

Aula, entre los que podemos destacar su condición de metodología activa capaz de proporcionar aprendizajes significativos, independientemente del estilo de aprendizaje del discente, a lo que habría que añadir su condición de icono universal, su fácil accesibilidad y el gran predicamento del que goza entre el alumnado. Estas características del cine inciden de forma positiva en la potenciación de la motivación y atención, quizá las más valiosas herramientas de trabajo con las que contamos los profesionales de la enseñanza.

El presente estudio, que se entronca dentro de una línea de investigación seguida por los autores, en la que se proponen sesiones de Cine en el Aula como recurso didáctico ocasional para la didáctica de la Ciencia, se enfoca en esta ocasión a los Dibujos Animados. Veremos cómo la utilización de tan entrañable género, siguiendo una metodología y un marco teórico de aplicación adecuados, constituye un recurso didáctico ocasional de primer orden que debemos poner al alcance de nuestros alumnos.

Se presentan asimismo, con la intención de incidir en el apartado práctico, escenas concretas de series y películas, tales como “Up”, “Futurama” o “Space Jam”, así como su aplicación a los currículos de Matemáticas, Ciencias y Estadística, tanto en Educación Secundaria como en Bachillerato y en Grados universitarios. La sorpresa, la motivación y la atención del alumno quedan asegurados, y todo ello sin olvidar el necesario rigor académico.

Palabras clave: Dibujos animados, Cine, Matemáticas, Estadística, Educación.

ABSTRACT

If there is a film genre that accompanies us throughout our lives, it is Cartoons. Gone are the times when this genre was aimed only at the little ones, and today people of all ages enjoy authentic wonders made by hand or by computer, which captivate us not only for their dazzling technology, but also for their elaborate scripts, his humor, his tenderness and his overflowing imagination.

Cinema has proven to be an invaluable teaching resource for the study of Sciences. There are innumerable positive points that recommend its application in the classroom, among which we can highlight its status as an active methodology capable of providing significant learning, regardless of the student's learning style, to which we should add its status as a universal icon, its easy accessibility and the great popularity it enjoys among students. These characteristics of cinema have a positive impact on enhancing motivation and attention, perhaps the most valuable work tools that we as teaching professionals have.

The present study, which is part of a line of research followed by the authors, in which Film in the Classroom sessions are proposed as an occasional teaching resource for the teaching of Science, focuses on this occasion on Cartoons. We will see how the use of such an endearing genre, following certain methodology and an appropriate theoretical framework of application, constitutes a first-rate occasional teaching resource that we must make available to our students.

Are also presented, as a practical section, specific scenes from series and movies, such as “Up”, “Futurama” or “Space Jam”, as well as their application to the Mathematics, Science and Statistics curricula, both in Secondary Education and in Baccalaureate and in University Degrees. The surprise, motivation and attention of the student are assured, and all this without forgetting the necessary academic rigor.

Keywords: Cartoons, Cinema, Mathematics, Statistics, Education.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando hablamos de cine, hablamos sobre todo de situaciones. Nada puede competir con el Séptimo Arte en este sentido. Una película nos cuenta una situación vivida por unos personajes dentro de un contexto. El abanico de contextos y de escenarios es tan amplio (infinito, diríamos) que muchos de ellos, aunque sólo sea por mera cuestión de probabilidad, tienen contenido científico-matemático. Nuestra labor como profesores en este sentido radica en sacar el “jugo matemático” a las escenas de cine y extrapolar lo visto en pantalla para el aprovechamiento de nuestros alumnos.

García Ventosa y Escribano Ródenas (2022) analizan el contexto pedagógico aplicable al Séptimo Arte, y su aplicación al estudio de la Ciencia en general y de la Matemática en particular, materias de importancia máxima en el currículo y en la vida real, pero que son tradicionalmente las que más profundos bloqueos provocan entre los discentes. Señalan los autores dos de las perspectivas más interesantes que puede ofrecer el cine como recurso didáctico: su capacidad para mantener la motivación y la atención del alumno, no en vano el cine, como medio audiovisual que es, atrae y seduce a la casi totalidad de los jóvenes, y además tiene una capacidad prácticamente ilimitada, de la mano de su eterno aliado, el lenguaje cinematográfico, para hacer llegar hasta el espectador temas de toda índole, tanto en el terreno lúdico como en el pedagógico.

Además, el celuloide merece nuestra atención de docentes al suponer una ayuda inestimable cuando se trata de integrar el contenido científico-matemático y/o las competencias en la vida del alumnado de forma sorpresiva pero natural, motivante pero no forzada, lo que desemboca en la posibilidad de consecución de aprendizajes significativos, independientemente de la tipología de aprendizaje.

Continúan García Ventosa y Escribano Ródenas elaborando un dossier de películas lo más completo posible para ponerlo a disposición de cualquier persona interesada, y que pudiera además ser utilizado por los profesionales de la enseñanza, adaptándolo a las necesidades de cada aula y de cada caso concreto (materia, curso, contenido,...). En este sentido se orienta el presente estudio. Se basa íntegramente en un determinado género cinematográfico, los Dibujos Animados. Estas pequeñas joyas del

celuloide están orientadas a niños y no tan niños, y sus escenas dan sobrado juego científico-matemático, como veremos a continuación.

2. EL CINE COMO RECURSO DIDÁCTICO

Proponemos que las actividades relacionadas con el Cine en el Aula sean actividades evaluables (de hecho, es recomendable incluirlas en la Programación Didáctica correspondiente desde el principio del curso) y que estén acompañadas de actividades escritas u orales, ya sea de forma individual o en grupo, con el propósito de que la sesión que acaban de contemplar los alumnos no quede en mera anécdota y le otorguen la importancia adecuada. Así pues, para no caer en la improvisación es preciso fijar un marco teórico de aplicación adecuado, que se compone en esencia de tres puntos: actividades pre-visionado, visionado de la secuencia y actividades post-visionado (García Ventosa y Escribano Ródenas, 2023).

En cuanto a las primeras, una vez seleccionada la escena y analizado su contenido científico, se hace necesaria la colaboración interdepartamental (cuando hablamos de escenas que hacen referencia a varias asignaturas, como es el caso de algunas de las que presentamos seguidamente) para que pueda ser extraído conjuntamente todo el potencial multidisciplinar de las escenas y filmes seleccionados.

A ello se sumará la elaboración de un atractivo dossier informativo con todas las actividades relacionadas y la forma en que se evaluarán.

Otros dos elementos clave (Beltrán y Asti, 2014) dentro del marco teórico serán, en primer lugar, la transposición didáctica (Chevallard, 1985), por la cual los profesores analizarán el modo de presentar la escena al alumno, de forma que el saber matemático erudito (que es el conocimiento académico y canónicamente aceptado) quede transformado por la acción del docente y ceda paso al saber matemático a enseñar (más fácilmente asimilable y asequible por el alumnado). Este proceso de transposición, primordial, lo realizará el docente según las características de sus alumnos, de las cuales él es el mejor conocedor. El segundo elemento son las situaciones didácticas (Brousseau, 1997), por las cuales las escenas de cine pueden ser un punto de anclaje que se asiente en su estructura cognitiva y desde el cual el educando puede elaborar su aprendizaje, ya que

suponen una motivación, bien por identificación con algún elemento del film o por asociarlo con su propia realidad.

Se realizará posteriormente un prólogo contextual, realizando una breve introducción para aquellos alumnos que no hayan visto o deseen refrescar el contexto de la película.

En cuanto a las actividades post-visionado, son múltiples las tareas que podemos realizar en este sentido: variantes sobre el concepto matemático que se acaba de presenciar, problemas numéricos o no numéricos, actividades de reflexión complementarias, sobre temas transversales, actividades con TIC (Tecnologías de la información y la comunicación), exposiciones orales, actividades de investigación, etc..

También pueden realizarse cuestionarios y/o debates de opinión efectuados por los alumnos, que si se hacen en grupo pueden ser una buena oportunidad de trabajar colaborativamente. Otra muy interesante actividad post-escena, como apuntábamos en los objetivos del presente trabajo, puede ser apelar a la colaboración de los alumnos para convertirse ellos y ellas mismas en proveedores de escenas para ser vistas y analizadas en clase, ya que ello les puede convertir en espectadores con sentido matemático, y tienen la oportunidad de colaborar con el profesorado en ese sentido.

3. ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Pasando, pues, al apartado práctico, presentamos a continuación una serie de muestras del potencial inmenso que encierra el Cine en general y los Dibujos Animados en particular, para convertirse en recurso educativo. Se han seleccionado tres películas o series de TV de sobra conocidas y una serie de escenas de las mismas que hacen referencia al currículo educativo de las asignaturas de Ciencias en Educación Secundaria, Bachillerato y Universidad. Dichos filmes son:

- “Up” (Docter, 2009): Matemáticas, Física y Química
- “Space Jam” (Pytka, 1996): Probabilidad y Estadística
- “Futurama” (Groening, 2010): Matemáticas Financieras

Como se puede observar, se ha pretendido que el espectro matemático analizado sea amplio, desde la Física y la Química hasta la Trigonometría, pasando por la Estadística y las Matemáticas Financieras, con el objetivo de mostrar la capacidad

camaleónica del Séptimo Arte para ilustrar contenidos científicos, Presentamos seguidamente la ficha de cada película, así como el marco práctico de aplicación para cada una de ellas.

3.1. “Up”

Título: <i>Up</i> (Largometraje)
País, año, género: Estados Unidos, 2009, Dibujos Animados
Dirección: Pete Docter
Nivel Académico: 3º ESO-Bachillerato
Contenido científico: Ecuaciones / Física-Química / Trigonometría / Semejanza de triángulos/ Teorema de Thales

“Up” es un entrañable filme de animación salido de la factoría Disney-Pixar (Figura 1). Podemos decir, sin miedo a equivocarnos, que todo el mundo (o casi todo) ha visto y disfrutado “Up”, y que cuenta con un gran “tirón” entre niños, jóvenes y mayores.

FIGURA 1. Cartel promocional del film “Up”.



Fuente: E cartelera (2005).

Aunque la historia que cuenta “Up” es sobradamente conocida, hacemos seguidamente un breve recordatorio de su sinopsis: Carl Fredricksen es un octogenario vendedor de globos cascarrabias, viudo y jubilado, cuyos días transcurren lánguidamente,

aburriéndose como una ostra. Un buen día, cuando está a punto de ser trasladado a una residencia de ancianos, se da cuenta de que, después de fallecer su mujer, sólo le queda una cosa en la vida: miles de globos, los cuales decide inflar con helio para atarlos a su casa y elevarla hasta las nubes, con el objetivo de cumplir el sueño que él y su esposa tuvieron siempre: vivir aventuras viajando por los aires, hasta las Cataratas Paraíso, en Sudamérica. Con lo que no contaba Carl es que, justo antes de “despegar”, se ha colado en su casa Russell, un repelente niño del vecindario, de 8 años. El film narra las vicisitudes y peligros que tanto Carl como Russell y su nuevo grupo de amigos pasan durante su increíble viaje.

En nuestro caso, tras la visualización de “*Up*”, hemos realizado un análisis de las características del filme y hemos elaborado las siguientes actividades post-visionado, que, abarcan un amplio número de competencias y contenidos del currículo de este tramo educativo.

a) *¿Suficientes globos?*

El tema central de “*Up*”, drama y comedia aparte, es la aerostática y la aeronáutica, no en vano es una película en la vemos constantemente las cosas elevarse por los aires, lo cual constituye una imagen muy cómica relativa a los vendedores de globos que todos hemos interiorizado desde niños, pero con amplio trasfondo físico. Así pues, en principio nuestro film debería prestarse al análisis científico y matemático. Ahora veremos si es así, y en qué forma.

Según la productora, se dibujaron 10.286 globos de helio para elevar la casa de Carl, lo cual supuso sin duda un reto tecnológico para los ilustradores de Pixar y un desafío sin duda también para nuestra imaginación. La cifra, en principio, puede parecer alta, y nosotros, como individuos curiosos, inmediatamente nos preguntamos y también preguntamos a nuestros alumnos si esa cantidad de globos sería suficiente. Nuestro objetivo, aparte de hacer brotar su curiosidad, es que conozcan y apliquen de forma práctica el principio de Arquímedes, que adquieran soltura en el manejo de ecuaciones vectoriales y que trabajen conceptos como masa, densidad, volumen, peso, unidades, etc..

Para resolver el problema, les proveemos de los siguientes datos, aunque lo deseable sería que fueran ellos quienes indaguen sobre qué datos son los que necesitan y la forma de buscarlos y conseguirlos navegando por internet o cualquier otro medio.

Datos del problema:

- Volumen de un globo: 9 litros
- Densidad del aire: $1'2754 \text{ kg/m}^3$
- Densidad del helio: $0'167 \text{ kg/m}^3$
- Peso de un globo: 2 gramos
- Peso de la cuerda que sujeta el globo: 1 gr.
- Peso de la casa de Carl: se trata de una casa del estilo arquitectónico *Queen Anne*, muy común en EE.UU., fabricada casi enteramente en madera; consultando en internet podemos ver que su peso puede rondar los 298.000 kg. (Amplianceanalyst (2007), y nos fijamos en los cálculos a realizar en la Figura 2.

Así pues, se necesitarían casi 43 millones de globos para elevar la casa. Como conclusión, estaríamos ante un gazapo de dimensiones considerables.

FIGURA 2. Cálculos correctos.

Por el Principio de Arquímedes: «Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del fluido desalojado».

$\vec{E}_{\text{globo}} = \rho_{\text{aire}} \cdot V_{\text{globo}} \cdot \vec{g}$, Siendo ρ la densidad

$\vec{P}_{\text{conjunto del globo}} = \vec{P}_{\text{Helio}} + \vec{P}_{\text{cuerda}} + \vec{P}_{\text{globo}} = \rho_{\text{He}} \cdot V_{\text{globo}} \cdot \vec{g} + (m_{\text{cuerda}} + m_{\text{globo}}) \cdot \vec{g}$

De donde:

$\Sigma \vec{F}_{\text{globo}} = \vec{E}_{\text{globo}} - \vec{P}_{\text{conjunto del globo}} = (\rho_{\text{aire}} - \rho_{\text{Helio}}) \cdot V_{\text{globo}} \cdot \vec{g} - (m_{\text{cuerda}} + m_{\text{globo}}) \cdot \vec{g} =$
 $(1'2754 - 0'167) \text{ kg/m}^3 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 9'8 \text{ m.s}^{-2} - 3 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9'8 \text{ m.s}^{-2} = 0'06836 \text{ N}$

La casa pesa $\vec{P}_{\text{casa}} = m \cdot \vec{g} = 298.000 \text{ kg} \cdot 9'8 \text{ m.s}^{-2} = 2'92 \cdot 10^6 \text{ N}$

Para hallar el número de globos (N_{globos}), que es nuestra incógnita: $N_{\text{globos}} \cdot 0'06836 \text{ N/globo} = 2'92 \cdot 10^6 \text{ N}$

Despejando: $N_{\text{globos}} = 42'72 \cdot 10^6 \text{ globos}$

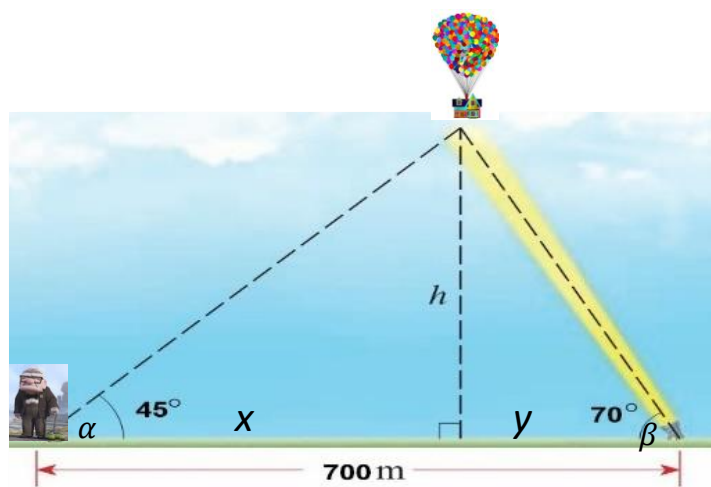


Fuente: elaboración propia

b) ¿A qué altura está una nube?

Es ésta una actividad de índole matemática. En ella planteamos al alumnado la siguiente cuestión, que está también relacionada con la escena: la casa de Carl sube “hasta las nubes”, pero... ¿podemos saber a qué altura está una nube?

FIGURA 3. Técnica trigonométrica de cálculo de la altura h a la que se encuentra la nube.



Fuente: elaboración propia a partir de Brainly (2013)

¿Quién no se ha planteado esa pregunta alguna vez? Suponiendo que la casa sube hasta la misma altura a la que está cierta nube, lo que haremos será aplicar a nuestro problema una de las técnicas de cálculo de la altura de las nubes, utilizada sobre todo en los aeropuertos: mediante un proyector, se lanza un rayo lumínico a la base de la nube y a través de la Trigonometría podemos saber la altura h a la que se encuentra la nube y casa de Carl, como se ilustra en la Figura 3. Para la resolución del problema se puede observar la Figura 4 en la que se expone un ejemplo.

FIGURA 4. Ejemplo de cálculo de altura a la que se encuentra una nube

Resolución:

Según el gráfico adjunto, le pedimos a Carl que, si quiere saber hasta qué altura ha subido su casa, se ha de situar a cierta distancia, por ejemplo, a 700 metros del proyector de luz. Entonces activamos el proyector y lanzamos el rayo con una inclinación de, por ejemplo, 70 grados.

Así, aplicando nuestros conocimientos de trigonometría, tenemos:

$$\text{tangente de un ángulo } \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$$

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } 45 = \frac{h}{x}$$

$$\text{tg } \beta = \text{tg } 70 = \frac{h}{700 - x}$$

Que supone un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, en el que $h=512'83 \text{ metros}$

Fuente: elaboración propia

c) ¿Le da tiempo a llegar a Carl antes de que se desinflen los globos?

La distancia entre Nueva York (ciudad desde la que Carl inicia su odisea) y su destino, las Cataratas Paraíso (Parque Natural Canaima, Venezuela), es de unos 4.092 km en línea recta. En un momento dado del filme, Carl dice que sus globos tardan *tres días* en desinflarse. Nuestra pregunta, es, pues: ¿a qué velocidad deberá circular el viento (suponemos siempre que se trata de viento a favor) para que Carl pueda llegar a su destino antes de que se le desinflen los globos?

Dado que la casa alcanzará como máximo la velocidad del viento, ésta será nuestra incógnita, que denominamos x , sustituyendo los valores en las ecuaciones que nos encontramos en la Figura 5.

Los datos que manejaremos para el problema son los siguientes:

- Distancia entre Nueva York y las Cataratas Paraíso= $4.092 \text{ km} = 4,092 \cdot 10^6 \text{ m}$
- Densidad del aire seco= $1,2754 \text{ kg/m}^3$
- Área formada por la casa en la que incide el viento= 300 m^2
- Peso de la casa= 298.000 kg
- Tiempo hasta las Cataratas Paraíso= 3 días (lo que tardan en desinflarse los globos)= $3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 259.200 \text{ s}$

FIGURA 5. Ecuaciones físicas para calcular si Carl puede llegar a las Cataratas Paraíso antes de quedarse sin aire en sus globos.

Resolución Hemos de aplicar las ecuaciones del movimiento: $x_{\text{cataratas}} = v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $F_{\text{viento}} = P_{\text{viento}} \cdot A_{\text{casa-viento}}$ $a = \frac{F_{\text{viento}}}{m_{\text{casa}}} = \frac{P_{\text{viento}} \cdot A_{\text{casa-viento}}}{m_{\text{casa}}}$ $P_{\text{viento}} = \frac{1}{2} \rho_{\text{aire}} \cdot v_{\text{viento}}^2$ $x_{\text{cataratas}} = v_{\text{viento}} \cdot (t_{\text{exp}} - t_0^2) + \frac{1}{2} \frac{\rho_{\text{aire}} \cdot v_{\text{viento}}^2 \cdot A_{\text{casa}}}{m_{\text{casa}}} \cdot t_0^2$ Sustituyendo en dichas ecuaciones los datos del problema, tenemos: $4'92 \cdot 10^6 = x \cdot (259.200 - 6'4197 \cdot 10^{-4} \cdot x) + 3'2098 \cdot 10^{-4}$ De donde obtenemos la ecuación de segundo grado: $6'41x^2 - 259.200x + 4.920.000 = 0$ Para la cual, la solución de x es $18'99 \text{ m/s}$, o lo que es lo mismo $68'36 \text{ km/h}$, con lo concluimos que a partir de esta velocidad del viento, Carl podría llegar a su destino antes de que se le desinflen los globos.		$x = v \cdot t$ $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ $t_0 = \frac{v_{\text{viento}}}{a}$ $v_{\text{viento}} = a \cdot t_0$
---	--	---

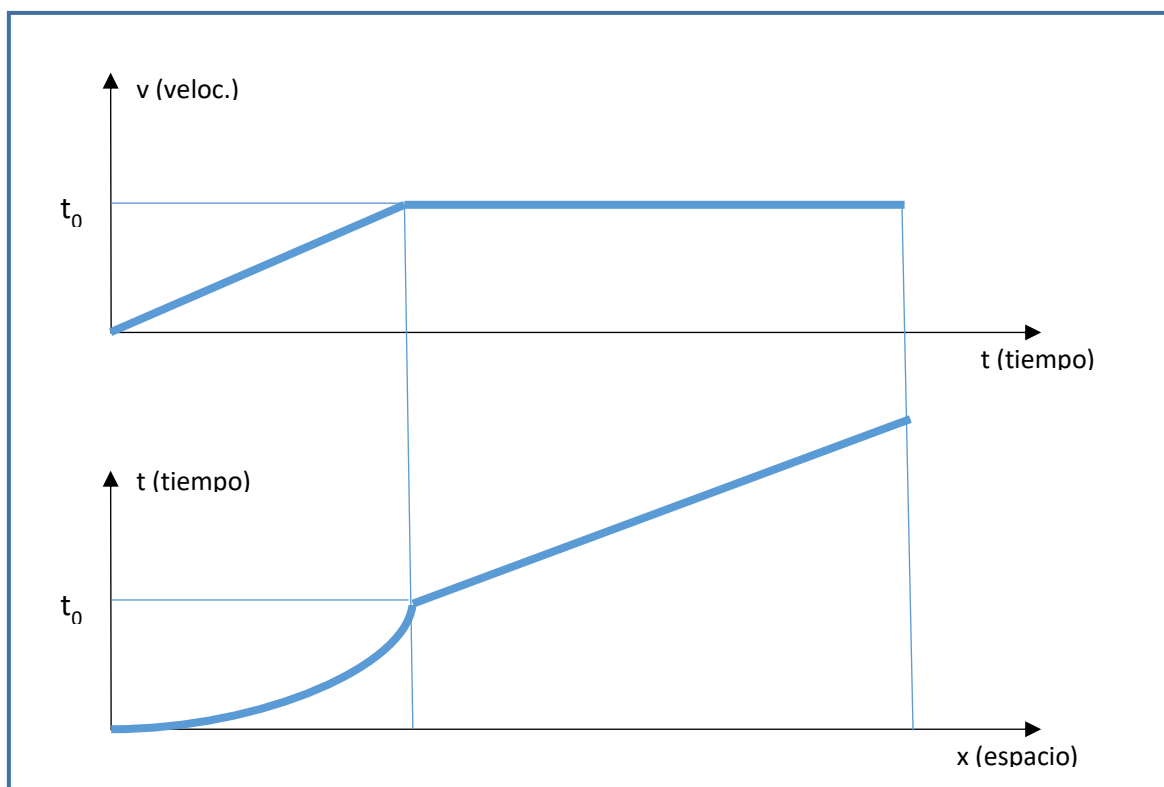
Fuente: elaboración propia

Se trata, pues, de un viento demasiado fuerte (a partir de unos 50 km/h se considera un viento *fuerte*, y a partir de 62 km/h se considera *temporal*) y además se tendría que dar de forma constante durante tres días, y en la dirección favorable. Difícil de ser real pero fácil de imaginar.

c) Representación gráfica del viaje de Carl

Como las representaciones gráficas son de máxima importancia en el mundo matemático y científico en general, también pedimos a nuestros alumnos que representen gráficamente el viaje de Carl, preferentemente de forma conjunta, situando en los ejes cartesianos superiores los datos velocidad-tiempo, y en los inferiores el tiempo y el espacio, de forma que se pueda analizar con un simple vistazo la evolución de las magnitudes según avanza el tiempo y el espacio, y se facilite la comprensión y la comparación del comportamiento de las mismas (Figura 6).

FIGURA 6. Representación gráfica del periplo de la casa de Carl en los sistemas de ejes velocidad-tiempo y tiempo-espacio.



Fuente: elaboración propia

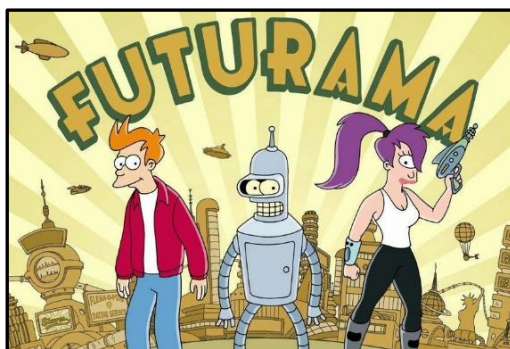
Viene a propósito también, dentro de la presente actividad, lanzar a los alumnos la siguiente pregunta, que también todos nos preguntado alguna vez: ¿y por qué se desinfla un globo? Y les pedimos que investiguen sobre ello y que elaboren un informe, citando las fuentes. Aclaremos aquí brevemente que son dos las causas principales por las cuales un globo se desinfla paulatinamente: 1) Por la diferencia de presión atmosférica entre el exterior y el interior del globo, siendo menor ésta última, y 2) porque el calibre de los átomos de helio (*0'1 nanómetro*) que se encuentra en su interior, es inferior al diámetro de los poros del látex con el que está fabricado el globo, escapándose el gas poco a poco a través de ellos.

3.2. “Futurama”

Título: <i>Futurama</i> (Serie)
País, año, género: Estados Unidos, 1999, Dibujos Animados
Dirección: Matt Groening
Nivel Académico: Bachillerato
Contenido científico: Aritmética Mercantil-Capitalización simple y compuesta-Cálculo del montante final conociendo la cantidad inicial, el periodo y el tipo de interés / Economía: el dinero y el tipo de interés

Esta serie transcurre en Nueva York. En la Nochevieja del año 1999. Philip J. Fry, un joven repartidor de pizza, es criogenizado por error durante un periodo de mil años. Así pues, la noche del 31 de diciembre de 2999 es descongelado, encontrándose con que la capital neoyorquina y el mundo en general son completamente distintos a los que dejó mil años antes. A Fry no le quedará más remedio que adaptarse.

FIGURA 7. Cartel promocional de la serie *Futurama*.



Xataka (2004)

En el Episodio 1x06: “*A fishful of dollars*”, encontramos la escena situada en el año 3000, donde Fry necesita dinero para pagar la fianza de un robot amigo suyo. Después de reunir con sus amigos todo el efectivo que llevan, descubren que les faltan 50 centavos para completar la cantidad requerida por la Policía. En ese momento descubre que el banco en que tenía depositados sus ahorros mil años antes todavía existe. En concreto, tenía guardados 93 centavos en su cuenta corriente. Fry va al banco a retirar el dinero, y el síncope que se lleva es mayúsculo cuando la cajera del banco le anuncia que aquellos 93 centavos, con un interés anual del 2’25%, en un periodo de mil años, se han convertido en un montante de nada menos que 4.300 millones de dólares.

a) ¿Gazapo?

Se propone a los alumnos averiguar si la cantidad anunciada por la cajera, 4.300 millones de dólares, es un gazapo de la serie o no. Para ello, se repasan los sistemas de capitalización simple y compuesta, tanto analítica como gráficamente.

Resolución: Los alumnos, con la interacción y la guía del profesor, resuelven el problema paso a paso, utilizando sus calculadoras. El profesor va anotando en la pizarra los datos que se van comunicando los alumnos para realizar sus cálculos, llegando a la conclusión de que efectivamente dicha cantidad es un gazapo de la serie, aunque por poco margen. La cantidad correcta son 4.283.508.449’71 \$, simplemente utilizando la fórmula del interés compuesto $C_n = C_0 (1 + i)^n$ y sustituyendo

$$C_{1000} = 0'93 (1 + 0'0225)^{1000} = 4.283.508.449,71 \$$$

Para dimensionar la cantidad, se comenta el ejemplo de que con ese capital podría cubrirse el presupuesto anual en el año 2023 de los ocho equipos de fútbol más importantes de Europa.

Para afianzar y anclar conceptos de Aritmética Mercantil y Financiera, se proponen una serie de actividades complementarias que se describen a continuación.

b) ¿Capitalización simple?

Se pregunta a los alumnos que, intuitivamente, se pronuncien sobre qué creen que hubiera pasado si la remuneración de la cuenta corriente se hubiera calculado mediante capitalización *simple* en vez de *compuesta* ¿El montante final obtenido hubiera sido igual, mayor o menor? ¿Por qué? Para lo cual se parte de la fórmula del interés simple y

sustituyendo a continuación utilizando la calculadora, $C_n = C_0 (1 + in)$ quedando $C_{1000} = 0'93 (1 + 0'0225 \cdot 1000) = 21'85 \$$

c) *Doble plazo*

Se pregunta a los alumnos que, intuitivamente, se pronuncien sobre qué creen que hubiera pasado si el plazo de la inversión hubiera sido el doble, es decir, 2.000 años. ¿Fry hubiera obtenido exactamente el doble, más o menos de lo que ha obtenido con 1000 años? ¿Por qué?

Nuevamente, después de escuchar a los alumnos, se calcula la cantidad correspondiente, llegando a la conclusión de que, dado el carácter exponencial de la fórmula del interés compuesto, la cantidad es muchísimo mayor del doble que la primera. Nada menos que *19'7 trillones de dólares*.

$$C_{2000} = 0'93 (1 + 0'0225)^{2000} = 19.729.510.364.243.100.000,00 \$$$

De nuevo se ofrecen a los alumnos ejemplos, y, se les compara dicha cantidad con el *PIB de Estados Unidos* en 2023 (unos *27 billones \$*), o con la riqueza del actual hombre más rico del mundo (Jeff Bezos, Amazon, alrededor de *200.000 millones \$*), obteniéndose la comparativa de que Fry podría cubrir el PIB del país norteamericano casi *un millón de veces*, y además su riqueza superaría *100 millones de veces* a la de Bezos

d) Por último, dado que en la asignatura de Economía también han estudiado recientemente las condiciones contractuales de los productos financieros, tales como la cuenta corriente y otros, se puede preguntar a los alumnos qué factores hubieran podido afectar al montante final obtenido por Fry, tales como los *gastos de administración y mantenimiento* de la cuenta o la *inflación*.

3.3. “Space Jam”

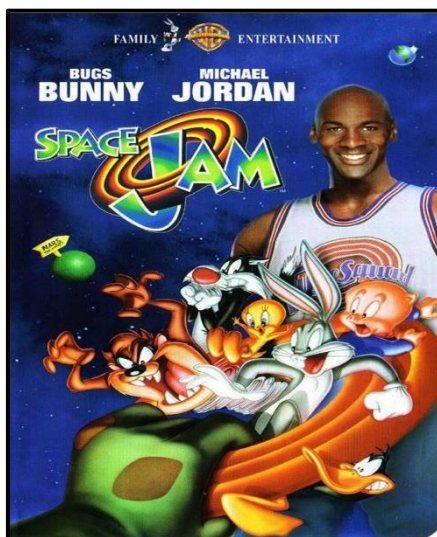
Título: <i>Space Jam</i> (Largometraje)
País, año, género: Estados Unidos, 1996, Dibujos Animados
Dirección: Joe Pytka
Nivel Académico: Bachillerato-Universidad
Contenido científico: Probabilidad-Estadística-Modelos de distribución Binomial, Poisson y Normal / Teorema Central del límite

En esta película (Figura 8) Bugs Bunny y su equipo desafían a los Nerdluks (un grupo de pequeños extraterrestres) a un partido de baloncesto para decidir si los Looney

Tunes permanecen en la Tierra o se trasladan a una lejana galaxia para trabajar en un parque de atracciones de Montaña Tontolandia. Los Nerdluks cuentan con una poderosa arma secreta que los hace superiores: se han apoderado de las mejores cualidades de las estrellas de la NBA (Charles Barkley y Patrick Ewing). Pero también los Looney poseen un arma secreta: ¡Michael Jordan!

Michael Jordan (M.J.) tiene que lanzar dos tiros libres. Es una gran responsabilidad, ya que si encesta los dos tiros, sus compañeros se salvarán.

FIGURA 8 Cartel promocional del filme.



Fuente: Filmaffinity (2002)

a) ¿Qué probabilidad existe de que Michael Jordan enceste los dos tiros libres?
¿Y uno? ¿Y ninguno?

Para ello acudimos a las estadísticas de la NBA. En ellas podemos observar los siguientes datos que se muestran en la cuenta de Michael Jordan:

- Tiros libres lanzados durante toda su carrera = 8.772
- Tiros libres anotados = 7.327
- p = probabilidad de acertar = 0'8353
- q = probabilidad de fallo = 0'1647

Al tratarse de un suceso dicotómico con resultados mutuamente excluyentes, hemos de aplicar la distribución Binomial. La variable ξ : *tiro libre lanzado por M.J.* seguirá una distribución de Bernoulli $B(1,p)$, donde p =*probabilidad de éxito*= 0'8353. Por lo tanto, la variable aleatoria σ : *número de tiros libres anotados en dos lanzamientos* se puede definir como la suma de dos variables de Bernoulli, y el resultado es una variable $B(n, p)$, siendo n =*nº lanzamientos*=2, y p la probabilidad apuntada. La función de cuantía de dicha distribución es:

$$P(\sigma = x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$$

Por lo que, sustituyendo, queda

$$P(\sigma = 2) = \binom{2}{2} \cdot 0'8353^2 \cdot (1 - 0'8353)^{2-2} = 0'7$$

Luego hay un 70% de probabilidad de que M.J. salve a sus amigos.

Las probabilidades de que M.J. acierte uno de los dos tiros o ninguno son:

$$P(\sigma = 1) = \binom{2}{1} \cdot 0'8353^1 \cdot (1 - 0'8353)^1 = 0'2750$$

$$P(\sigma = 0) = \binom{2}{0} \cdot 0'8353^0 \cdot (1 - 0'8353)^2 = 0'027$$

Es decir, un 27'5% y un 2'7%, respectivamente. Parece ser que los Looney Tunes tienen bastante probabilidades de salir victoriosos.

b) *¿Se podría calcular mediante la distribución de Poisson?*

No sería aconsejable, ya que podemos aproximar una distribución Binomial a una de Poisson, con un error no relevante, cuando simultáneamente se cumple: $n \cdot p < 5$ junto con que $p \leq 0'1$, luego en este caso la segunda condición de convergencia no se cumple ya que p es ostensiblemente superior a 0'1.

c) *¿Puede mejorar su récord?*

La temporada que más puntos consiguió M.J. desde el tiro libre fue la 1986/87, con nada menos que 833 canastas conseguidas de 972 intentos. ¿Qué probabilidad existe de que el jugador mejore su número de canastas un año cualquiera?

En este caso estamos hablando de un número de lanzamientos mayor que 30, luego podemos considerar, en términos estadísticos, que n tiende a infinito, y además se trata de sucesos independientes e igualmente distribuidos, luego se cumplen las condiciones de convergencia para aplicar el Teorema Central del Límite, en su variante de Moivre-Laplace.

Según dicho Teorema, la variable $\eta = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_{972}$ se distribuirá en el límite como una $N(np, \sqrt{npq})$, es decir una $N(811'91; 11'56)$ y tipificando, la probabilidad pedida es

$$P(\eta > 833) = P(Z > \frac{833-811'91}{11,56}) = P(Z > 1'82) = 0'0351$$

Es decir, sólo un 3'51%. Y es que aquel año fue particularmente bueno para Michael Jordan.

d) *Calcular un intervalo de confianza, con el 5% de nivel de significación, para su proporción de tiros libres convertidos, si tomamos una muestra de 25 lanzamientos.*

Aplicando las reglas de la inferencia estadística, partimos del intervalo simétrico genérico:

$$P(-z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}) = 1 - \alpha$$

Y llegamos al intervalo de confianza pedido:

$$\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Sustituyendo, obtenemos $0'8353 \pm 1'96 \sqrt{\frac{0'8353 \cdot 0'1647}{25}}$. Lo que arroja un intervalo de confianza para la proporción de $[0'69 ; 0'9806]$.

4. CONCLUSIONES

Consideramos que ha quedado probado, con el presente trabajo, que el Cine en general, y los Dibujos Animados en particular, son recursos didácticos importantes para las asignaturas de Ciencias, en cuanto a contenidos y también en cuanto a competencias, ya que también podrían ser válido para otras asignaturas, como por ejemplo, en la Educación Secundaria, Valores Cívicos y Éticos.

En general, el cine supone para los alumnos una novedad, un elemento entretenido, lúdico y didáctico con un alto poder de seducción ya que les motiva y tiene de su lado el factor sorpresa, captando su atención e interés. Además, no cabe duda que es un icono cultural universal, asimilable por cualquier persona y que no necesita presentación, independientemente de las diferencias culturales o geográficas.

El lenguaje cinematográfico confiere a este medio audiovisual un especial poder de seducción, receptividad y capacidad de evocación entre los educandos. No hay prácticamente ningún contenido del currículo de cualquier materia a impartir dentro o fuera del ámbito universitario (temas históricos, filosóficos, de la naturaleza, la sociedad, y, tal y como queremos plasmar en el presente trabajo, de las Ciencias) que quede fuera del alcance de la inagotable gama de situaciones que aborda el cine.

Con este recurso, el alumno se coloca en el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje, tal y como se requiere en las nuevas leyes educativas, creando en los estudiantes emociones y sensaciones que relacionan la vida real con los conceptos propios de las distintas asignaturas que están cursando. Así, mediante esta nueva situación didáctica, los contenidos de las materias van asimilándose en la estructura cognitiva de los discentes mediante metodologías activas y reflexivas que, partiendo de la vida cotidiana con sus historias más o menos reales, contribuyen para conseguir el tan ansiado aprendizaje significativo.

Es importante resaltar que con el cine como recurso didáctico se pueden desarrollar todas las competencias clave y específicas, y se pueden gestionar temas transversales, además de las medidas de atención a la diversidad y la educación en valores. Se sugiere, pues, que el cine quede incluido en la programación didáctica de las asignaturas de ciencias, sirviendo también para fomentar la capacidad crítica, de análisis y de búsqueda, ya que uno de nuestros objetivos es que nuestros alumnos comiencen a

ver las películas “con ojos científicos” y sean ellos los que propongan otras escenas de cine para trabajarlas en clase y así, que aprendan sus compañeros.

Por último, insistir en la conveniencia para los docentes de contar con una relación de películas y de escenas para cada uno de los contenidos de las distintas asignaturas de ciencias de la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y algunos grados universitarios. Con este propósito, los autores han comenzado a realizar un catálogo de fichas por cada una de las escenas que ellos han puesto ya en práctica en el aula, donde se describe la sinopsis de la película, de la escena, el tipo de secuencia, el contenido, el curso al que va dirigido, una posible forma de realizar el visionado en el aula, algunas de las actividades que pueden realizar los alumnos, las competencias que se trabajan con ellas.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adame Tomás, A. (2009). Medios audiovisuales en el aula. *Pedagogía de los medios audiovisuales*, 19, 1-10.
- Applianceanalyst (2007). Descubra cuánto pesa su casa: una calculadora gratuita. Recuperado el 30 de marzo de 2024 de <https://applianceanalysts.com/house-weight-calculator/>
- Beltrán Pellicer, P., & Asti, A. (2014). Utilización didáctica del cine en matemáticas. *Enseñanza & teaching*, 32(2), 123-145.
- Bonilla, J., Loscertales, F, & Páez, M. (2012). Educación en valores a través del cine (Un Método para estudiantes de Secundaria Obligatoria). *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (41), 117-131. Recuperado el 24 de marzo de 2024 de <https://www.redalyc.org/pdf/368/36828247009.pdf>
- Brainly (2013). Pasa de preguntar a comprender. Recuperado el 24 de marzo de 2024 de <https://brainly.lat/>
- Díaz, A., & Hernández, R. (2015). Constructivismo y aprendizaje significativo. En: *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. (pp. 13-33). México: Mc Graw Hill.

- Docter, P. (Director). (2009). Up [Película]. Pixar Animation Studios, Walt Disney Pictures.
- E cartelera (2005). Recuperado el día 25 de diciembre de 2023 de: <https://www.ecartelera.com/>
- Esteve, J. M. (1994). *El malestar docente*. Barcelona. Paidós Ibérica.
- Filmaffinity (2002). *Cartel publicitario de Space Jam*. Recuperado el día 25 de diciembre de 2023 de: <https://www.filmaffinity.com/es/film891905.html>
- Gallego, D. J., & Nevot, A. (2008). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Complutense de educación*, 19(1), 95-112.
- García Ventosa, R.A.; Escribano Ródenas, M.C. (2022). La probabilidad a través del Cine. En Levratto, V.; Vicente Fernández, P.; Puebla Martínez, B. (Coord.). *El fomento de la innovación docente como estímulo transformador del ámbito educativo del siglo XXI*. pp. 747- 778 . Madrid, Editorial Dykinson. ISBN: 9788411224895 ISBN electrónico: 978-84-1122-489-5. Colección: Conocimiento Contemporáneo.
- García Ventosa, R.A.; Escribano Ródenas, M.C. (2023). El cine como recurso didáctico para Matemáticas/Física y Química: película “UP”, de Disney-Pixar. En Guede Cid, R.; Quintero Cabello, A. ; Sánchez González, A. (Coord.) *Innovación docente y metodologías activas de enseñanza: propuestas y resultados* (pp. 90-114), Madrid, Editorial Dykinson. ISBN "978-84-1122-717-9. Colección: Conocimiento Contemporáneo.
- García Ventosa, R.A.; Escribano Ródenas, M.C. (2023). Matemáticas y Cine: un binomio que funciona. *Revista Anales de ASEPUMA*, Vol. 31 pp. 1-22.
- Groening, M. (Director). (2010). A fishful of dollars. (Temporada 1, Episodio 6) [Capítulo de serie de televisión]. *Futurama*. 20th Century Fox Television.
- Hernández, V. y Vélez, R., (1994). *Cálculo de Probabilidades*. Madrid. Editorial U.N.E.D.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona. Editorial Paidós SAICF

- Moreira, M.A. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? *Revista Qurrriculum*, 25, 29-56. Recuperado el día 24 de abril de 2022 de https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/10652/Q_25_%282012%29_02.pdf?s equen
- Mujika, J., & Gaintza, Z. (2021). El cine como herramienta didáctica en la escuela inclusiva. *Didacticae: Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, (9), 157-171.
- Padrón, O. J. M. (2008). Actitudes hacia la matemática. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 9(1), 237-256.
- Pytka, J. (Director). (1996). *Space jam* [Película]. Warner Bros.
- Racionero, A. (2008). *El lenguaje cinematográfico*. Barcelona. Editorial UOC.
- Sierra, G. (2010). Las matemáticas son de cine. *Revista digital Innovación y Experiencias Educativas*, 26, 1-9, 1-9. Recuperado el 25 de Abril de 2022 de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Nu mero_26/GUILLERMO_SIERRA_TORTOSA_2.pdf
- Sorando, J.M. (2016). *Cine y matemáticas. Resolviendo problemas*. Córdoba. Editorial Guadalmazán.
- Sorando, J.M. (2020). *Matemáticas de cine*. Córdoba. Editorial Guadalmazán.
- Xataka (2004). *Futurama*. Recuperado el 24 de abril de 2023 <https://xataka.com>