

# Índice de Poder en el Consejo de la Unión Europea

Seijas Macías, J. Antonio (antonio.smacias@udc.es)  
*Dpto. de Economía Aplicada II*  
*Universidade da Coruña*

## RESUMEN

El Consejo de la Unión Europea (consejo de la UE) es el foro donde se reúnen los ministros de los países de la UE para adoptar la legislación y coordinar políticas. Tiene diversas competencias, entre otras: aprobar la legislación de la UE, coordinar las políticas económicas de los países de la UE, aprobar el presupuesto anual. La toma de decisiones en dicho Consejo se basa en tres parámetros: número de miembros del Consejo, votos asignados a cada país miembro y población de cada país.

En el presente trabajo desarrollamos un estudio de dos tipos de acuerdo para la toma de decisiones: "mayoría cualificada" y "doble mayoría", este último sistema de toma de decisiones se empezará a utilizar en el año 2014. Para ello utilizamos el índice de poder de Banzhaf y el índice de poder de voto de Penrose, lo que permite determinar el índice de poder de cada estado en el seno del Consejo. Por último, también realizamos una estimación del índice de poder de los ciudadanos de los diferentes estados miembros.

**Palabras clave:** Índice de Poder; Índice de Banzhaf; Índice de Penrose; Equilibrio Sistemas Votación

**Área temática:** A2 - Métodos Cuantitativos en un Entorno de Certidumbre

## ABSTRACT

The Council of the European Union (council of the EU) is the forum where gather the ministers of the countries of the EU to adopt the legislation and coordinate politics. It has diverse competitions, between others: approve the legislation of the EU, coordinate the economic politics of the countries of the EU, approve the annual budget, ... Taking of decisions is based in three parameters: number of members of the Council, votes assigned to each country member and population of each country.

In the present work we develop a study of two types of agreement for the taking of decisions: "qualified majority" and "double majority", this one has begun to be used in the year 2014. For this, we use the index of power of Banzhaf and the index of voting power of Penrose, what allows to determine the index of power of each state in the Council. Finally, also we realise an estimation of the index of power of the citizens of the different states members.

## 1 INTRODUCCIÓN

El estudio de las reglas de votación y de la búsqueda de la equidad en los procesos de elección ha sido una parte importante en la aplicación de las matemáticas a las ciencias sociales. Penrose (1946) marca el inicio del estudio de una teoría matemática del denominado voto indirecto. Dicho voto es el habitual en los sistemas democráticos, en el cual el ciudadano otorga su poder a un representante, que es el encargado de participar en la toma de decisiones o votaciones directas. Penrose centró sus estudios en los denominados índices de poder "a priori". Su trabajo se enmarca dentro de la teoría de juegos, que surgía en aquellos años, y que determinará la mayor parte de la terminología utilizada.

Cada ciudadano se convierte en jugador y cada votación es un juego. El índice

de poder "a priori" en un proceso de votación dado mide la probabilidad de que su voto sea decisivo en una hipotética votación: si el jugador cambia el sentido de su voto, la coalición ganadora pasaría a ser perdedora.

El índice de poder de Penrose fue mejorado por las aportaciones de Shapley y Shubik (1954). Banzhaf (1965) determina un nuevo índice de poder, conocido por el nombre de índice de Poder de Penrose-Banzhaf o índice de Banzhaf. Dicho índice fue uno de los argumentos utilizados por diversos autores (Algaba *et al.*, 2001; Slomczynski y Zyczkowski, 2008; Le Breton, et al., 2012; Kirsch, 2013) en el estudio del reparto de votos y las reglas de aprobación de la toma de decisiones en el seno del Consejo de la Unión Europea (UE). Después de varias discusiones y propuestas reflejadas en el Tratado de Niza y en el Tratado de Lisboa, el sistema vigente para el período 2014-2017 es el objeto de estudio de este trabajo.

En la sección 2 realizamos una introducción al concepto de índice de poder y su proceso de cálculo. La sección 3 está dedicada a la determinación del índice de poder de los diferentes estados miembros, en el Consejo de la UE. La sección 4 extiende el análisis de la sección anterior, a fin de poder determinar el índice de poder de los ciudadanos de cada uno de los estados. Por último, presentamos las conclusiones de este trabajo.

## 2 ÍNDICE DE PODER

Un juego de votación ponderada  $v \equiv [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$  se define en un conjunto finito de  $n \in N$  de jugadores, donde cada jugador  $i$  tiene un número de votos  $w_i > 0$ , y donde cada coalición de jugadores  $S \subseteq N$  reúne la suma de los votos de sus componentes:  $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$ . Si definimos una cuota de mayoría para la toma de decisiones  $q$ , entonces diremos que una coalición  $S$  es ganadora si  $w(S) \geq q$ , y perdedora en caso contrario. Cada coalición  $S$  tiene asociado un valor binario (cero

o uno) en función de si dicha coalición es ganadora o no:  $v(S) = 1$  si  $w(S) \geq q$ , 0 en otro caso.

El poder de cada jugador se define como su capacidad para influir en la toma de decisiones mediante un juego de votación ponderada; este valor se calcula en función de la capacidad del jugador para participar en coaliciones ganadoras. Hay varias formas de medir dicho poder mediante la creación de índices (Banzhaf (1956), Shapley-Shubik (1954) y Penrose (1946)). Todos ellos se caracterizan porque miden tanto la capacidad de un jugador para aprobar una propuesta como para bloquearla.

## 2.1 Índice de poder de Banzhaf

Definimos un swing para el jugador  $i$  como un par de coaliciones  $(S \cup \{i\}, S)$  con  $i \notin S$ , tal que la coalición  $S \cup \{i\}$  es ganadora y  $S$  perdedora. Para cada jugador  $i \in N$  se denota por  $\eta_i(v)$  al número de swings para el jugador  $i$ -ésimo en el juego  $(N, v)$ , esto es, el número de coaliciones en las que el jugador  $i$  resulta decisivo. El número total de swings de juego se calculará como la suma de los swings individuales:  $\hat{\eta}(v) = \sum_{i \in N} \eta_i(v)$  y entonces el índice de poder de Banzhaf normalizado del jugador  $i$ -ésimo es:

$$\beta_i(v) = \frac{\eta_i(v)}{\hat{\eta}(v)} \quad (1)$$

El número de swings del jugador  $i$  es

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i, \quad (2)$$

donde  $b_k^i$  es el número de coaliciones  $S$  tales que  $i \notin S$  y  $w(S) = k$ ; esto es, el número total de coaliciones que eran perdedoras y se convierten en ganadoras al incorporar el jugador  $i$ .

Brams y Affuso (1976) y Bilbao et al. (2000) utilizan la siguiente función generatriz que permite el cálculo del número de swings del jugador  $i$ -ésimo:

$$B_i(x) = \frac{\prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j})}{(1 + x^{w_i})} = \sum_{k=0}^{w(N \setminus i)} b_k^i x^k, \quad (3)$$

donde el número  $N \setminus i$  representa una coalición global donde no está el jugador  $i$ . El cálculo de los coeficientes de orden  $k$ , para  $k = q - w_i$  hasta  $k = q - 1$ , de dicho polinomio es el número de swings del jugador  $i$ -ésimo.

Cuando se utilizan dos o más reglas para determinar la mayoría el proceso de cálculo del índice de Banzhaf no sufre apenas modificaciones (Algaba et al. 2001). El número de swings de cada jugador  $i$  viene dado por:

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p-p_i}^{p(N \setminus i)} b_{kr}^i - \sum_{k=q}^{w(N \setminus i)} \sum_{r=p}^{p(N \setminus i)} p(N \setminus i) b_{kr}^i, \quad (4)$$

donde los números  $b_{kr}^i$  se pueden calcular a partir de la función generatriz:

$$B_i(x, y) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} y^{p_j}), \quad (5)$$

que se puede extender a 3 ó más criterios.

## 2.2 Índice de poder de Penrose

El índice de poder de Penrose busca determinar el poder de voto que tiene un individuo de un determinado colegio electoral. Supongamos que tenemos  $N$  individuos cada uno de ellos con un voto. El número total de votos será  $N$ . Para evitar empates, supongamos que el número total de votos es impar. Penrose argumenta que el voto de un jugador dado, sería realmente decisivo si los restantes votos están divididos en partes iguales:  $j$ , con  $N = 2j + 1$ .

Suponiendo que todas las coaliciones son equiprobables, la probabilidad de que se de una situación como la descrita viene dada por:

$$P_j = \left(\frac{1}{2}\right)^{2j} \frac{(2j)!}{(j!)^2} \quad (6)$$

Para valores grandes de  $N$  podemos utilizar la aproximación de Stirling para el factorial y obtenemos que la probabilidad  $\psi$  de que el voto de un jugador resulte decisivo es:

$$\psi = P_j \sim 2^{-2j} \frac{(2j/e)^{2j} \sqrt{4\pi j}}{((j/e)^j \sqrt{2\pi j})^2} = \frac{1}{\pi j} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi N}}, \quad (7)$$

donde  $j = \frac{N-1}{2}$ , si  $N$  es impar ó  $j = \frac{N}{2}$ , si  $N$  es par.

De esta forma se muestra que el poder de voto de cualquier jugador es proporcional a  $1/\sqrt{N}$ , dando lugar a la conocida como "ley de la raíz cuadrada de Penrose".

Supongamos un sistema donde los votantes escogen a un representante. Si consideramos un juego donde los representantes tienen un voto ponderado, entonces sus ponderaciones  $w_i$  deberían ser proporcionales al peso de su población en el conjunto, aplicando la ley de Penrose:

$$w_j = \frac{\sqrt{N_j}}{\sum_{i=1}^M \sqrt{N_i}} \quad (8)$$

donde  $N_j$  es la población representada por el jugador  $j$  y  $M$  es el número total de representantes.

La aplicación de la ponderación establecida por Penrose y la elección adecuada de la cuota mayoritaria permite establecer una distribución de forma tal que cada miembro representado tenga el mismo poder de voto (Slomczynski & Zyczkowski, 2006)

### 3 PODER DE VOTO EN EL CONSEJO DE LA UE

El Consejo de la UE es el foro donde se reúnen los ministros de los países de la UE para adoptar la legislación y coordinar políticas. Sus funciones básicas son:

1. Aprueba la legislación de la UE.
2. Coordina las diversas políticas económicas de los países de la UE.
3. Firma acuerdos entre la UE y otros países.
4. Aprueba el presupuesto anual de la UE.
5. Desarrolla las políticas exterior y de defensa de la UE.
6. Coordina la cooperación entre los tribunales y las policías de los países miembros.

### **3.1 Distribución del voto en el Consejo**

En general, las decisiones del Consejo de la UE se adoptan por mayoría cualificada, aunque algunas decisiones muy importantes requieren de la unanimidad.

El Tratado de Niza estableció un reparto de votos a los diferentes estados miembros de la UE. Cuanto mayor es la población de un país, más votos tiene, pero el número de votos está ponderado en favor de los países con menor población. El número total de votos es de 352 que se reparten de la forma que se recoge en la Tabla 1.

Cuando las decisiones se tienen que tomar por unanimidad todos los países tienen el mismo poder de voto; pero cuando pueden ser aprobadas por sistemas de mayoría, se puede considerar la asignación de un poder de voto asociado a cada estado miembro.

El Tratado de Niza establecía un sistema de toma de decisiones (Leech, 2002) que se denomina de “mayoría cualificada” y que establece el cumplimiento de tres requisitos: una mayoría de los países votan a favor (2/3 de 28 países), se emiten 260 votos positivos (74% del total de votos), los países que votan a favor representan, al menos, el 62% de la población total de la UE.

La distribución de votos entre los diferentes estados es poco proporcional (véase Tabla 1). Observemos que Luxemburgo tiene el mismo número de votos en el Consejo que Eslovenia, pero apenas tiene 1/4 de su población.

El establecimiento de un criterio de población en los procesos de aprobación corrige este hecho y otorga un mayor peso al voto de Eslovenia dado que suma un 0,41% del voto poblacional frente al 0,11% de Luxemburgo.

<i>Estado</i>	<i>Votos</i>	<i>%</i>	<i>Población</i>	<i>%</i>
Malta	3	0,85	421364	0,08
Luxemburgo	4	1,14	537039	0,11
Chipre	4	1,14	865878	0,17
Estonia	4	1,14	1320174	0,26
Letonia	4	1,14	2023825	0,40
Eslovenia	4	1,14	2058821	0,40
Lituania	7	1,99	2971905	0,59
Croacia	7	1,99	4262140	0,84
Irlanda	7	1,99	4591087	0,91
Eslovaquia	7	1,99	5410836	1,07
Finlandia	7	1,99	5426674	1,07
Dinamarca	7	1,99	5602628	1,10
Bulgaria	10	2,84	7284552	1,44
Austria	10	2,84	8451860	1,67
Suecia	10	2,84	9555893	1,88
Hungría	12	3,41	9908798	1,95
Portugal	12	3,41	10487289	2,07
Chequia	12	3,41	10516125	2,07
Grecia	12	3,41	11062508	2,18
Bélgica	12	3,41	11161642	2,20
Países Bajos	13	3,69	16779575	3,31
Rumanía	14	3,98	20020074	3,95
Polonia	27	7,67	38533299	7,60
España	27	7,67	46727890	9,21
Italia	29	8,24	59685227	11,77
Reino Unido	29	8,24	63896971	12,60
Francia	29	8,24	65578819	12,93
Alemania	29	8,24	82020578	16,17

Tabla 1: Votos y población (2013) de los países de la UE

Posteriormente, el Tratado de Lisboa establece un nuevo sistema de “doble mayoría”: Voto a favor de por lo menos 15 países y los países que votan a favor representa como mínimo al 65% de la población total de la UE. Dicho sistema estará en vigor entre octubre de 2014 y marzo de 2017. Durante este período convivirá con el sistema de Mayoría Cualificada.

A partir de 2017, sólo el sistema de doble mayoría estará en vigor, y se activará una nueva condición que establece la aprobación de una propuesta si no se oponen más de 3 países. El voto en función de la población otorga un poder de veto a la opción conjunta de Alemania, Francia y Reino Unido, que suponen más de un 40% de la población de la UE. En votos, los tres países representan 87 votos y por tanto, no impedirían la aprobación de una propuesta favorable del resto de países (265 votos). En el nuevo sistema que establece el Tratado de Lisboa, esta minoría desaparece puesto que es necesario un cuarto país para poder bloquear una propuesta.

En el presente trabajo, sólo nos centramos en la situación durante el período de transición que se abre entre octubre de 2014 y marzo de 2017.

### **3.2 Índice de poder de Banzhaf de los países de la UE**

El análisis del índice de poder de Banzhaf de los países de la UE se aplica a los dos sistemas de votación existentes. Se realiza un análisis del índice de poder asociado al número de votos asignado a cada país y al nivel de población, en este último caso diferenciando entre el hecho de que el nivel de aprobación esté en el 62 o en el 65%, considerados como criterios individuales. De esta forma identificamos si algún país presenta un exceso o un defecto en su índice de poder con respecto a su nivel de población.

- a) Votos: El índice de Banzhaf oscila entre un valor máximo de 7,59% para los países con 29 votos y un mínimo de 0,93% para Malta (3 votos). Todos los países pequeños presentan un exceso de poder (con un máximo de 0,21 puntos

en el caso de los Países Bajos), por su parte: Polonia, España, Italia, Reino Unido, Francia y Alemania presentan un déficit de poder; mayor en el caso de los cuatro países grandes.

- b) Población: El índice de Banzhaf para una mayoría del 62% oscila entre el 0,08% de Malta y el 16,62% de Alemania. Polonia y España presenta un cierto déficit de poder, mientras que Alemania presenta un importante exceso. El resto de países está equilibrado o muestra pequeñas diferencias. En la opción de doble mayoría se exige un 65% de la población; pero el índice de Banzhaf apenas sufre variaciones.
- c) Estados: En este caso dado que cada país posee un voto, el índice de poder es el mismo para todos ellos.

Los 4 países grandes de la UE: Alemania, Francia, Reino Unido e Italia tienen los mayores índices de poder. Respecto del número de votos, presentan un déficit entre la proporción de votos asignados y el índice de poder de Banzhaf, lo mismo sucede con España y Polonia; el resto de países presentan una situación inversa. Respecto del criterio de población, presentan un exceso los cuatro países grandes, mientras que los únicos países con defecto son Polonia y España.

El sistema de mayoría cualificada se basa en 3 criterios: 260 votos, 62% de la población de la UE y 19 países. El índice de poder de Banzhaf calculado se recoge en la Tabla 3. Los cuatro países grandes de la UE concentran el mismo índice de poder. Esto implica que el más perjudicado sería Alemania (debido a que tiene la mayor población) mientras que Italia es el menos perjudicado. También tienen un índice de poder inferior al que deberían: España, Polonia y Rumanía. El resto de los países se ven beneficiados por la distribución de votos.

El sistema de doble mayoría, que comienza a funcionar en 2014, establece que para la aprobación de una propuesta es necesario un apoyo de 15 países que repre-

senten por lo menos un 65%. El índice de poder de Banzhaf resultante se muestra en la Tabla 4.

<i>País</i>	<i>Votos (260)</i>	<i>Diferencia</i>	<i>Población (62%)</i>	<i>Diferencia</i>	<i>Población (65%)</i>
Malta	0,93	0,07	0,08	0,00	0,08
Luxemburgo	1,23	0,09	0,11	0,00	0,11
Chipre	1,23	0,09	0,17	0,00	0,17
Estonia	1,23	0,09	0,26	0,00	0,26
Letonia	1,23	0,09	0,40	0,00	0,40
Eslovenia	1,23	0,09	0,41	0,00	0,41
Lituania	2,14	0,15	0,59	0,00	0,59
Croacia	2,14	0,15	0,84	0,00	0,85
Irlanda	2,14	0,15	0,91	0,00	0,92
Eslovaquia	2,14	0,15	1,07	0,00	1,08
Finlandia	2,14	0,15	1,07	0,00	1,08
Dinamarca	2,14	0,15	1,10	-0,01	1,11
Bulgaria	3,03	0,19	1,44	0,00	1,45
Austria	3,03	0,19	1,67	0,00	1,68
Suecia	3,03	0,19	1,88	-0,01	1,89
Hungría	3,61	0,20	1,95	0,00	1,96
Portugal	3,61	0,20	2,07	0,00	2,09
Chequia	3,61	0,20	2,07	0,00	2,09
Grecia	3,61	0,20	2,18	0,00	2,20
Bélgica	3,61	0,20	2,20	0,00	2,22
Países Bajos	3,9	0,21	3,33	0,02	3,35
Rumanía	4,17	0,20	3,99	0,04	4,01
Polonia	7,25	-0,42	7,18	-0,42	7,15
España	7,25	-0,42	8,98	-0,23	9,22
Italia	7,59	-0,64	11,77	0,01	11,83
Reino Unido	7,59	-0,64	12,66	0,06	12,69
Francia	7,59	-0,64	13,02	0,09	13,03
Alemania	7,59	-0,64	16,62	0,45	16,09

Tabla 2: Índice de Poder de Banzhaf: criterios individuales

El sistema de doble mayoría aumenta el índice de poder de los países grandes, y rompe la igualdad entre ellos en favor de Alemania. España y Polonia mejoran sus cifras. El resto de países empeoran con referencia al sistema de votación por

mayoría cualificada.

<i>País</i>	<i>Índice Banzhaf</i>	<i>Diferencia</i>
Malta	1,91	1,82
Luxemburgo	2,09	1,98
Chipre	2,09	1,92
Estonia	2,09	1,83
Letonia	2,09	1,69
Eslovenia	2,09	1,68
Lituania	2,64	2,05
Croacia	2,64	1,80
Irlanda	2,64	1,73
Eslovaquia	2,64	1,57
Finlandia	2,64	1,57
Dinamarca	2,64	1,54
Bulgaria	3,18	1,74
Austria	3,18	1,51
Suecia	3,53	1,64
Hungría	3,53	1,57
Portugal	3,53	1,46
Chequia	3,53	1,45
Grecia	3,53	1,35
Bélgica	3,71	1,51
Países Bajos	3,71	0,40
Rumanía	3,89	- 0,05
Polonia	5,89	-1,71
España	-5,89	-3,32
Italia	6,18	-5,59
Reino Unido	6,18	-6,42
Francia	6,18	-6,75
Alemania	6,18	-9,99

<i>País</i>	<i>Índice Banzhaf</i>	<i>Diferencia</i>
Malta	1,26	1,18
Luxemburgo	1,28	1,18
Chipre	1,33	1,15
Estonia	1,39	1,13
Letonia	1,48	1,08
Eslovenia	1,49	1,08
Lituania	1,61	1,03
Croacia	1,78	0,94
Irlanda	1,83	0,92
Eslovaquia	1,94	0,87
Finlandia	1,94	0,87
Dinamarca	1,96	0,85
Bulgaria	2,19	0,75
Austria	2,34	0,68
Suecia	2,49	0,60
Hungría	2,53	0,58
Portugal	2,61	0,55
Chequia	2,61	0,54
Grecia	2,69	0,51
Bélgica	2,70	0,50
Países Bajos	3,45	0,15
Rumanía	3,90	- 0,04
Polonia	5,67	-1,93
España	7,14	-2,08
Italia	8,96	-2,81
Reino Unido	9,54	-3,05
Francia	9,79	-3,14
Alemania	12,10	-4,07

Tabla 3: Índice de Banzhaf - Mayoría Cualificada

Tabla 4: Índice de Banzhaf - Doble mayoría

El análisis de la Figura 1 muestra la equivalencia entre los sistemas de votación. El sistema de votación con mayoría cualificada sigue la estela de la distribución del voto, aunque favorece a los países con menos población mientras es desfavorable a aquellos países grandes. Rumanía es el país que marca la frontera entre los países

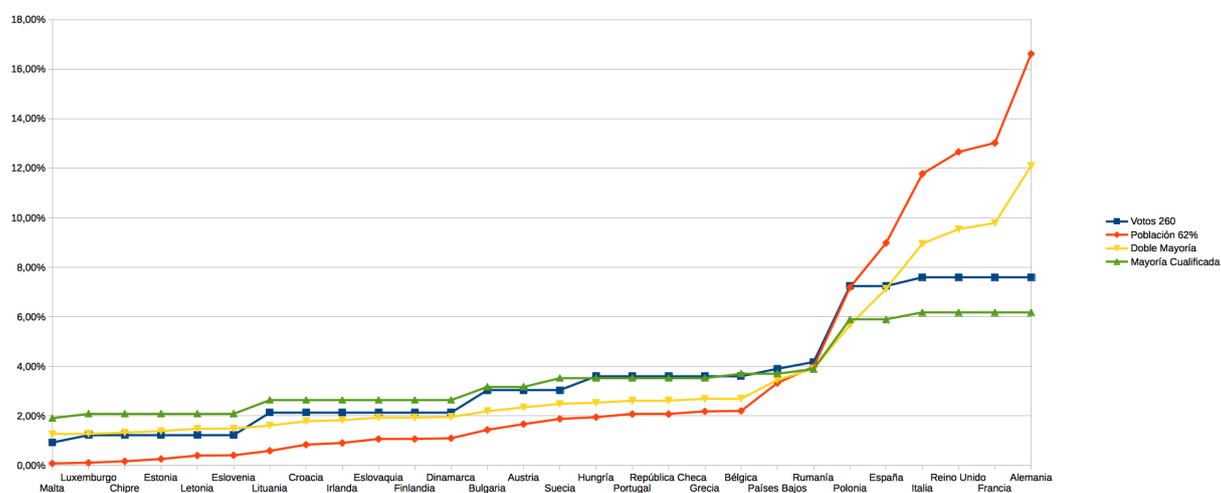


Figura 1: Índice de Poder en el Consejo de la UE - según el tipo de votación

favorecidos y los desfavorecidos.

Por su parte, el criterio de la doble mayoría refleja el esquema de votación en función de la población, y al igual que en el caso anterior se favorece a aquellos países pequeños y se discrimina a los países grandes (Polonia, España, Italia, Reino Unido, Francia y Alemania).

### 3.3 Reparto de Poder Equitativo. Criterio de Penrose

A la hora de decidir si un sistema de voto es justo se necesita un ideal de referencia para poder realizar comparaciones. Parece razonable asumir que todo ciudadano de la UE debería tener la misma influencia sobre las decisiones del Consejo de la UE con independencia de su país de residencia.

Consideremos el índice de Banzhaf de cada país como una medida del poder de voto del ciudadano de ese país. Es evidente que este número decrece según aumenta el número de habitantes del país. La ley de Penrose establece que el índice de

Banzhaf de un ciudadano debería ser proporcional a  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ , donde  $N$  es la población del país (Kirsch, 2013).

El sistema de votación en el Consejo de la UE tiene dos grandes ventajas sobre otros sistemas de votación:

1. Es relativamente simple, se basa una fórmula de calculo de ponderaciones de voto.
2. Se puede extender de una forma sencilla si se incorporan nuevos miembros.

En la Tabla 5 se muestran los índices de poder del sistema de votación con mayoría cualificada (VMC), del sistema de votación con doble mayoría (VDM), y el sistema basado en la aplicación de la ley de Penrose (VP).

El sistema de votación por mayoría cualificada muestra que: Países Bajos, Rumanía, Polonia, España, Italia, Reino Unido, Francia y Alemania tiene una cuota de poder inferior a la que les correspondería de acuerdo al criterio de Penrose, mientras que el resto de países tiene cuotas de poder superiores. El país más perjudicado es Alemania y el más beneficiado es Luxemburgo.

El modelo de votación por doble mayoría, que se inicia este año, presenta un criterio menos homogéneo y así tenemos como países beneficiados a los cuatro países grandes y España y a los países pequeños: Malta, Luxemburgo, Chipre, Estonia y Letonia. Todos los demás resultarían desfavorecidos por este sistema. Ahora el país más beneficiado por su aumento de cuota de poder sería Alemania, seguida de los otros tres países grandes; mientras que el más perjudicado sería Países Bajos (véase Figura 2).

<i>País</i>	<i>Índice Banzhaf VDM</i>	<i>Índice Banzhaf VMC</i>	<i>Índice Penrose VP</i>
Malta	1,26	1,91	0,66
Luxemburgo	1,28	2,09	0,74
Chipre	1,33	2,09	0,94
Estonia	1,39	2,09	1,16
Letonia	1,48	2,09	1,44
Eslovenia	1,49	2,09	1,45
Lituania	1,61	2,64	1,75
Croacia	1,78	2,64	2,09
Irlanda	1,83	2,64	2,17
Eslovaquia	1,94	2,64	2,36
Finlandia	1,94	2,64	2,36
Dinamarca	1,96	2,64	2,40
Bulgaria	2,19	3,18	2,73
Austria	2,34	3,18	2,94
Suecia	2,49	3,53	3,13
Hungría	2,53	3,53	3,19
Portugal	2,61	3,53	3,28
Chequia	2,61	3,53	3,28
Grecia	2,69	3,53	3,37
Bélgica	2,70	3,71	3,38
Países Bajos	3,45	3,71	4,15
Rumanía	3,90	3,89	4,53
Polonia	5,67	5,89	6,29
España	7,14	5,89	6,92
Italia	8,96	6,18	7,82
Reino Unido	9,54	6,18	8,09
Francia	9,79	6,18	8,20
Alemania	12,10	6,18	9,17

Tabla 5: Índice de Banzhaf e Índice de Penrose

Con este nuevo sistema de votación los países grandes y España mejoran su cuota de poder, mientras el resto de países se ven perjudicados. Ahora bien, desde el punto de vista de la búsqueda de un sistema más justo de votación este nuevo sistema mejora la equidad puesto que disminuye la divergencia con respecto al criterio de Penrose. En el sistema de votación con mayoría cualificada el valor

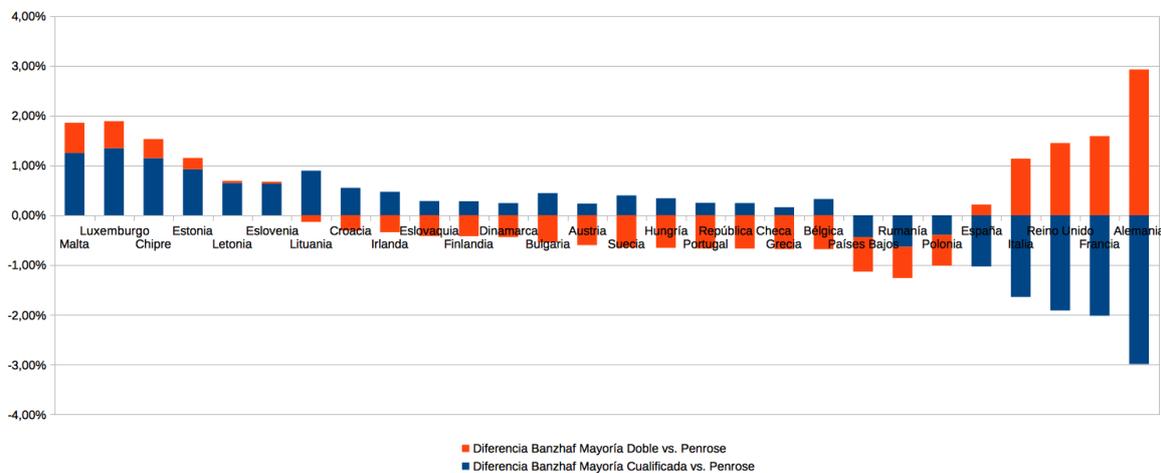


Figura 2: Diferencias entre el Índice de Poder y el índice de Penrose

medio de diferencia con respecto al valor de Penrose es de 0,79 y su desviación típica de 0,68. El método de la doble mayoría reduce estas cifras a 0,65 y 0,57, respectivamente.

## 4 ÍNDICE DE PODER DE LOS CIUDADANOS

La toma de decisiones en el Consejo de la UE se realiza mediante la votación de los representantes de los estados miembros. Ahora bien, en cierta medida la postura de un país debería ser un reflejo de la voluntad de los ciudadanos de ese país. El criterio democrático de decisión establece que el voto de los ciudadanos del estado miembro debería ser el que luego adoptasen los representantes de dicho estado en el Consejo de la UE.

En esta última sección analizamos en qué medida los ciudadanos de los países miembros de la UE pueden decidir sobre la toma de decisiones en el consejo de la UE. Suponemos que las votaciones suponen la adopción de un voto a favor o en

contra que se determina en función de voto expresado por los individuos de cada uno de los estados miembros. En el análisis de esta sección hemos utilizado los métodos expuestos en Robinson y Ullman (2011).

Sea  $R$  la probabilidad de que el voto de un individuo sea decisivo a la hora de determinar el voto de un estado miembro de la UE. Si el voto total está fraccionado en dos partes antagónicas de tamaño  $n$  cada una, entonces el voto del individuo “ $2n+1$ ” resulta decisivo. Para llevar a cabo nuestro análisis suponemos que la población total es un número impar  $p = 2n + 1$ , y que ésta divide su voto en un modelo dicotómico.

El número total de opciones de voto es  $2^{2n}$ , dado que cada individuo tiene dos opciones de voto. Nos interesa conocer cuántos de los  $2^{2n}$  repartos del voto tienen exactamente  $n$  votos en cada alternativa; puesto que así el voto del individuo “ $2n+1$ ” resultará decisivo.

La respuesta viene dada por el número de combinaciones

$$C(2n, n) = \frac{(2n)!}{n!n!} \quad (9)$$

Que se puede aproximar mediante la fórmula de Stirling:  $n! = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$ , como

$$C(2n, n) = \frac{(2n)^{2n} e^{-2n} \sqrt{2\pi 2n}}{n^{2n} e^{-2n} 2\pi n} = \frac{2^{2n}}{\sqrt{\pi n}} \quad (10)$$

Entonces  $R$  resultará igual a:

$$R = \frac{C(2n, n)}{2^{2n}} = \frac{2^{2n}/\sqrt{\pi n}}{2^{2n}} = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \quad (11)$$

Si consideramos que la población total es  $p = 2n + 1$  entonces  $n = \frac{p-1}{2}$  y resulta:

$$R = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{p-1}} \quad (12)$$

Si la población total es un número par  $p = 2n$ , tenemos:

$$R = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{p}} \quad (13)$$

Sea  $S$  la probabilidad de que el voto de un estado sea crítico, esto es, su apoyo a una opción permita el triunfo de dicha opción y su postura contraria lo impida. Como ya hemos analizado, el poder de un país en el consejo de la UE se puede medir a través del índice de Banzhaf. Dado que hay un total de 28 países en la UE, la probabilidad de que el voto de un estado sea crítico es:

$$S = \frac{B_i}{2^{28}}, \quad (14)$$

donde  $B_i$  representa el valor del índice de Banzhaf asociado al país  $i$ -ésimo de la UE.

El poder de un ciudadano de la UE viene dado por:

$$K = R * S = \frac{\sqrt{2/\pi}}{p-1} * \frac{B_i}{2^{28}} \quad (15)$$

En la Tabla 6 presentamos los diferentes valores del índice de poder de los ciudadanos  $K$  para los diferentes estados de la UE, en función de los dos sistemas de votación en el consejo de la UE: mayoría cualificada y mayoría doble. Las cifras se presentan normalizadas a 1:

$$\frac{K_i}{\min K_i} \quad (16)$$

El sistema de mayoría cualificada otorga un mayor índice de poder a los ciudadanos de los países pequeños: Malta, Luxemburgo, Chipre. El índice de poder de los ciudadanos de estos países está entre 3 y 4 veces el índice de poder de los ciudadanos alemanes, que son los que tienen el menor índice de poder. El índice es decreciente en función de la población, aunque presenta algunos saltos: Bulgaria y Hungría, debidos al aumento en el número de votos asignados.

<i>País</i>	<i>Mayoría Cualificada</i>	<i>Mayoría Doble</i>
Malta	4,30	2,42
Luxemburgo	4,17	2,18
Chipre	3,29	1,77
Estonia	2,66	1,50
Letonia	2,15	1,30
Eslovenia	2,13	1,29
Lituania	2,24	1,16
Croacia	1,87	1,07
Irlanda	1,80	1,06
Eslovaquia	1,66	1,04
Finlandia	1,66	1,03
Dinamarca	1,63	1,03
Bulgaria	1,72	1,00
Austria	1,60	1,01
Suecia	1,51	1,00
Hungría	1,64	1
Portugal	1,60	1,00
Chequia	1,59	1,00
Grecia	1,55	1,00
Bélgica	1,54	1,01
Países Bajos	1,32	1,05
Rumanía	1,28	1,09
Polonia	1,39	1,14
España	1,26	1,30
Italia	1,17	1,44
Reino Unido	1,13	1,49
Francia	1,12	1,50
Alemania	1	1,66

Tabla 6: Índice de Poder de los Ciudadanos

El sistema de doble mayoría supone un mayor equilibrio entre los diferentes estados. Aun así Malta y Chipre mantienen la mayor cuota de poder, aunque sólo supera en algo menos de 2,5 veces el índice de poder del país con menor poder, que en este caso es Hungría. Los países grandes de la UE ven mejorada de forma sustancial sus índices de poder, pero el resto de países empeoran de forma importante su cuota

de poder. La equidad del sistema mejora puesto que se reducen las diferencias de las cuotas de poder. En el sistema de Mayoría Cualificada el recorrido era de 4,3 y en este sistema se reduce a tan sólo 2,42.

## 5 CONCLUSIONES

El Consejo de la UE, es el foro donde se reúnen los ministros de los países miembros para adoptar la legislación y coordinar políticas. La toma de decisiones en dicho consejo se realizará, a partir de octubre de 2014, en base a dos tipos de sistemas de votación: Mayoría cualificada (en base a 3 criterios) y Doble mayoría (en base a 2 criterios).

En el presente trabajo hemos analizado el índice de Banzhaf asociado a los diferentes estados miembros en función del tipo de sistema de votación elegido. Los países grandes (Alemania, Francia, Reino Unido e Italia) presentan un valor más elevado en el sistema de doble mayoría que en el sistema de votación cualificada, lo que aumenta de forma considerable las diferencias entre el país con mayor índice de poder Alemania y el de menor índice Malta. Al igual que ya se mostraba en estudios anteriores, estos cuatro países tienen un alto valor de índice de Banzhaf, pero aun así su índice de poder está por debajo de su cuota de población.

El análisis a través del índice de Penrose muestra el grado de equidad del reparto de la cuota de poder entre los diferentes estados miembros. El sistema de votación por "doble mayoría" presenta un mayor índice de equidad que el sistema de "mayoría cualificada", que favorece de una forma muy importante a los países con menor población. Malta tiene un índice de Banzhaf superior, en los dos sistemas de votación, al índice de Penrose, mientras que Alemania pasa de tener un diferencial negativo en el sistema de votación con mayoría cualificada a un diferencial positivo en el sistema de doble mayoría.

Por último, el análisis del índice de poder de los ciudadanos refleja un mayor poder de los países muy pequeños: Malta y Chipre; pero mientras el sistema de Mayoría Cualificada penaliza de forma muy clara a los países grandes (Alemania, Francia, Reino Unido e Italia); el sistema de Doble Mayoría, permite una redistribución más equitativa del poder al aumentar el mismo en los países grandes a costa de una reducción en los países medianos y pequeños, que aún así mantienen las cotas más altas de poder.

El sistema de doble mayoría representa un mayor equilibrio de poder en el consejo de la UE, de forma que cada país tiene una cuota de poder más próxima a su poder real, y aunque se mejora el equilibrio entre miembros, aun se muestra lejos de una situación equitativa.

## 6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALGABA, E., J.M. BILBAO, J.R. FERNÁNDEZ y J.J. LÓPEZ (2001). “El Índice de Poder de Banzhaf en la Unión Europea Ampliada”. *Questiò*, 25, pp. 71–90.
- BANZHAF III, J.F. (1965). “Weighted Voting Doesn’t Work: A Mathematical Analysis”. *Rutgers Law Review*, 19, pp. 317–343.
- BILBAO, J.M.; FERNÁNDEZ GARCÍA, J.R.; JIMENEZ-LOSADA, A. y LÓPEZ, J.J. (2000). “Generating functions for computing power indices efficiently”. *TOP*, 8 (2), pp. 191–213.
- BRAMS, S.J. y P.J. AFFUSO (1976). “Power and Size: A New Paradox”. *Theory and Decision*, 7 pp. 29–56.
- LE BRETON, M.; M. MONTERO y V. ZPORZHETS (2012). “Voting power in the EU council of ministers and fair decision making in distributive politics”.

Mathematical Social Sciences, 63, pp. 159–173.

- KIRSCH, W. (2013). “On Penrose’s Square Root Law and Beyond”; en M. J. Holler & H. Nurmi, Power, Voting and Voting Power: 30 Years After. Springer, pp. 365–387.
- LEECH, D. (2002). “Designing the voting system for the council of the European Union”. Public Choice, 113, pp. 434–437
- PENROSE, L.S. (1946). “The elementary statistics of majority voting”. Journal of the Royal Statistical Society, 109, pp. 53–57.
- ROBINSON, E.A. y ULLMAN, D.H. (2011). A Mathematical Look at Politics. Boca Raton, FL: CRC Press.
- SHAPLEY, L.S. y M. SHUBIK (1954). “A method for evaluating the distribution of power in a committee system”. American Political Science Review, 48, pp. 787–792.
- SLOMCZYNSKY, W. y K. ZYCZKOWSKY (2006). “Penrose voting system and optimal quota”. Acta Physica Polonica, B 37, pp. 3133–3143.
- ZYCZKOWSKY K. y W. SLOMCZYNSKY (2013). “Square root voting system, optimal threshold and  $\pi$ ”; en M. J. Holler & H. Nurmi, Power, Voting and Voting Power: 30 Years After. Springer, pp. 573–592.