

Eficiencia de depuradoras bajo incertidumbre: DEA con tolerancias

Ramón Sala Garrido

*Departamento de Matemáticas para la Economía y la Empresa
Universidad de Valencia.*

María Molinos Senante, Francesc Hernández Sancho

*Departamento de Economía Aplicada II
Universidad de Valencia.*

RESUMEN

A medida que el número de Estaciones Depuradoras de Aguas Residuales (EDARs) ha ido incrementando, las cuestiones económicas asociadas a su gestión han adquirido más importancia. La evaluación de la eficiencia constituye una herramienta muy útil para la reducción de costes. Para ello, la metodología Data Envelopment Analysis (DEA) se constituye una metodología muy apropiada. Sin embargo, una de las críticas más comunes de los modelos DEA es que no proporciona información sobre la incertidumbre. Para superar esta limitación, evaluamos la eficiencia mediante un modelo DEA con tolerancias tanto para los inputs como los outputs. Los resultados muestran que los índices de eficiencia de las EDARs cambian cuando se incorporan modificaciones de datos. Además, realizamos una clasificación de las EDARS en base a su eficiencia, lo que nos permite identificar las instalaciones con las mejores prácticas, que servirán como referencia para reducir al mínimo los costos de explotación de otras plantas.

Palabras claves: Data Envelopment Analysis (DEA); tolerancias; clasificación de unidades; tratamiento de aguas residuales; evaluación de la eficiencia; incertidumbre.

Área temática: Programación Matemática

ABSTRACT

As the number of wastewater treatment plants (WWTPs) has increased, the economics associated with their management have become more relevant. The efficiency assessment is therefore a useful tool for cost reduction. For this purpose, Data Envelopment Analysis (DEA) is a highly suitable technique. However, one of the most common criticisms of DEA models is that information on uncertainty estimates is not provided. To overcome this limitation, we assess efficiency by using a DEA model with statistical tolerances for both inputs and outputs. The results show that WWTP efficiency scores change when data modifications are incorporated. Moreover, WWTPs are ranked in terms of efficiency, allowing the identification of facilities with the best practices, which will serve as a reference for minimizing operating costs at other plants. This empirical application illustrates that the combination of the DEA model with uncertainty assessments provides more robust results, leading to more reliable conclusions than traditional DEA.

Keywords: Data Envelopment Analysis (DEA); tolerances; ranking DMU's; wastewater treatment; efficiency assessment; uncertainty.

Agradecimientos:

Los autores quieren agradecer la ayuda financiera recibida por el Gobierno de España a través del proyecto NOVEDAR-Consolider Project (CSD 2007-00055) y del Programa de becas FPU (AP2007-03483).

1. INTRODUCCIÓN

A medida que la calidad ambiental y el desarrollo sostenible han sido reconocidos como necesidades sociales, los países industrializados han ido desarrollando instrumentos de regulación y legislación para la protección del medio ambiente. En este contexto se aprobó la Directiva 91/271/CEE relativa a la recogida, el tratamiento y el vertido de aguas residuales urbanas. El objetivo de la Directiva es proteger el medio ambiente de los efectos negativos de los vertidos de aguas residuales. Como resultado de la citada Directiva, en las dos últimas décadas el número de plantas de tratamiento de aguas residuales (EDARs) ha aumentado dramáticamente en todos los Estados Miembros de la Unión Europea.

A pesar de los beneficios ambientales asociados a la depuración de aguas residuales (Hernández- Sancho et al., 2010), la protección del medio ambiente implica elevados coste para toda la sociedad (Molinos-Senante et al, 2010). Por ejemplo, en España, el coste total de los servicios de depuración se estima en 1.415,3 millones de euros al año, o aproximadamente 0.2% del PIB. Asimismo, se estima que la tasa de recuperación de costes de este servicio es del 85% (MARM, 2011).

La consecuencia de ello, es que cada día hay un mayor control sobre los explotadores de las EDARs para reducir sus costes de operación y mejorar la eficiencia de sus instalaciones. Además, las exigencias relativas a la calidad de efluente son cada vez mayores, especialmente cuando se efectúa el vertido del efluente en zonas sensibles. Todo ello contribuye a la necesidad de incrementar la eficiencia de las EDARs.

La eficiencia está directamente relacionada con la contención y reducción de costes (Zhang et al, 2011). Por ello, lo sorprendente es que a pesar de su amplia utilidad, la medida de la eficiencia apenas haya sido abordada en el campo del tratamiento de aguas residuales. Una revisión bibliográfica de este tema revela que la mayoría de los estudios disponibles tienen un alcance limitado ya que están centrados en aspectos metodológicos, a diferencia de lo que ocurre en otras áreas afines tales como suministro de agua (Worthington, 2010). En este contexto, el método más utilizado para evaluar la eficiencia económica de las EDARs, es la definición de indicadores o ratios que relacionan el rendimiento de eliminación de contaminantes, el consumo de energía u otras variables operacionales con los costes de operación de las EDARs (Stemplewski et al., 2001; Benedetti et al, 2008; Galletti y Landon, 2009; Zhao et al., 2010). Sin embargo, como su propio nombre indica, este tipo de ratios sólo son útiles para evaluar de forma parcial la eficiencia de las instalaciones. El uso de este tipo de relaciones para hacer evaluar la eficiencia global de las EDARs debe tomarse con precaución (Zhong et al, 2011). En este sentido, el uso de estos indicadores parciales podría conducir a desarrollar políticas de gestión incorrectas (Alexander, 2009).

Es evidente, que en este tema hay un importante vacío en la literatura siendo necesario el uso de técnicas avanzadas para medir la eficiencia de las EDARs. Para ello, la metodología Data Envelopment Analysis (DEA) es una de las más adecuadas ya que

proporciona un enfoque integral. Así, Gattoufi et al. (2004) realizan una revisión bibliográfica de las aplicaciones empíricas realizadas para la medida de la eficiencia utilizando esta técnica.

Una de las ventajas más destacadas de la metodología DEA es que permite incorporar fácilmente múltiples outputs e inputs, incluso aunque no estén expresados en unidades monetarias. Teniendo en cuenta que una EDAR puede considerarse como una industria que lleva a cabo un proceso productivo, cuyos outputs son los contaminantes eliminados del agua residual y sus inputs son los costes de operación y mantenimiento de la instalación, DEA es perfectamente adecuada para evaluar la eficiencia de las EDARs. Por otra parte, DEA se presenta como una potente herramienta ya que permite agregar los distintos indicadores de rendimiento en un único indicador (Bosca et al., 2009). Por otra parte, debemos tener en cuenta que en el proceso de toma de decisiones, en determinadas situaciones puede ser insuficiente disponer información acerca de la eficiencia de cada EDAR, sino que resulta más útil su clasificación en términos de eficiencia.

A pesar de que DEA presenta numerosas ventajas en relación a otras metodologías, tiene un punto débil que puede inducir a que sus resultados sean ambiguos. El inconveniente es que las estimaciones realizadas con los modelos DEA convencionales no ofrecen ninguna información sobre la incertidumbre. DEA es una técnica no paramétrica y, por lo tanto, no permite ninguna inferencia estadística. En otras palabras, cualquier error o imprecisión en los datos puede tener importantes repercusiones en los resultados (Wu et al., 2010). En este contexto, la incertidumbre desempeña un papel muy importante porque las conclusiones que pueden derivarse de los análisis de la eficiencia de las unidades evaluadas son sensibles a errores en los datos (Sin et al., 2011).

Para solventar este problema, uno de los métodos más utilizados es el análisis de regresión (Lowell et al., 1994; Parthasarathy and Anbazhagan, 2008). Este análisis relaciona las variaciones de los resultados mediante un grupo de variables explicativas. Sin embargo, este procedimiento viola una de las hipótesis básicas del modelo, la independencia de los datos. Otra de las posibilidades propuesta en relación a la incertidumbre, fue propuesta por Simar y Wilson (1998) y está basada en la aplicación del método bootstrap desarrollado por Efron (1978). Se trata de un método de “remuestreo” en el que, a partir de una muestra de tamaño n , se obtienen muestras del mismo tamaño extraídas de la distribución empírica de la muestra original (Odeck, 2009). Un tercer camino para abordar el tema de la incertidumbre son los modelos “chance constrained DEA”. Este tipo de programación fue incorporada por primera vez a los modelos DEA por Olesen and Petersen (1995) convirtiendo así la metodología DEA tradicional en un modelo de programación estocástica. Otros autores han analizado la sensibilidad de los resultados a cambios en las variables a través de técnicas de supereficiencia (Andersen and Petersen, 1993) en las que se proponen cambios proporcionales en todos los inputs y outputs de la unidad especificada (Charnes

et al., 1996) o, bien, cambios individuales en dichas variables (Seiford and Zhu, 1999). Continuando con este enfoque, Jahanshahloo et al. (2005) analizan cómo se ve afectada la eficiencia de una sola unidad mientras que el resto de las unidades permanecen constantes. Otra posibilidad para acotar la incertidumbre tanto de inputs como de outputs es aplicar técnicas de programación fuzzy (Guo and Tanaka 2001; León et al. 2003).

Como alternativa a los procesos comentados anteriormente para acotar la incertidumbre, el modelo DEA con tolerancias (también llamado DEA con evaluación de la incertidumbre) fue desarrollado por Bonilla et al. (2004). En este modelo, la definición de niveles de tolerancias tanto para los input como para los outputs permite obtener un intervalo de confianza para cada uno de los índices de eficiencia. De esta manera, por una parte, se consigue acotar la incertidumbre en los resultados y, por otra parte, es posible predecir la eficiencia futura ante cambios en el valor de los inputs y outputs. En relación a esta segunda utilidad, Hernández-Sancho et al. (2011) demuestran que las plantas afectadas por la estacionalidad son menos eficientes que las no estacionales, lo cual condiciona las posibilidades de reutilizar el agua regenerada. Es por ello, que en los casos en los que se plantee la opción de reutilizar el agua depurada, es muy importante predecir los cambios de eficiencia en caso de que los datos de operación de las EDARs varíen.

Este trabajo tiene tres objetivos relacionados. El primero de ellos es evaluar la eficiencia tecno-económica de una muestra de EDARs. Para ello, se utiliza el modelo DEA asumiendo rendimientos variables a escala. El segundo objetivo es acotar la incertidumbre de los resultados previamente obtenidos. En este caso, se utiliza el modelo DEA con tolerancias desarrollado por Bonilla et al., (2004). A pesar de los métodos bootstrap y DEA con tolerancias proporcionan resultados similares, la mayor simplicidad y velocidad en la ejecución del método con tolerancias recomienda su uso (Bonilla et al., 2004). Por último, el tercer objetivo es clasificar las EDARs evaluadas. Para ello, utilizamos el enfoque metodológico propuesto por Bosca et (2011) ya que permite clasificar las unidades en base a su índices de eficiencia.

2. METODOLOGÍA

2.1. DEA con tolerancias

El determinismo de los datos es un grave problema en la aplicación de los modelos DEA, es decir, los modelos DEA tradicionales ignoran el problema de la incertidumbre (Tsolas, 2010). En este contexto, los índices de ineficiencia obtenidos a través de DEA son “calculados” en lugar de ser “estimados” estadísticamente (Assaf and Matawie, 2010). Es por ello que la técnica DEA no permite determinar la exactitud en las estimaciones de eficiencia (Zhou and Lange, 2011). Para solventar dicha limitación en el análisis de la eficiencia de EDARs, utilizamos el modelo DEA con

evaluación de incertidumbre desarrollado por Bonilla et al., (2004) y usado posteriormente por Boscá et al. (2011).

El modelo DEA con tolerancias permite definir un nivel de variación para cada uno de los inputs (i) como de los outputs (r) considerados en cada una de las DMUs evaluadas. Estas variaciones se denotan como $\alpha_{ij}, \alpha'_{ij}, \beta_{rj}, \beta'_{rj}$, y son escalares no negativos que expresan las cotas superiores e inferiores de tolerancia o imprecisión que se suponen en los valores de los inputs y outputs respectivamente. Es importante destacar, que las tolerancias definidas para cada input y output pueden ser simétricas o no respecto al valor original. Supongamos que los valores de los inputs y los outputs están dentro del intervalo definido por la Ecuación (1):

$$x_{ij} \in [x_{ij} - \alpha_{ij}, x_{ij} + \alpha'_{ij}] \quad y_{rj} \in [y_{rj} - \beta_{rj}, y_{rj} + \beta'_{rj}] \quad (1)$$

Dada la amplitud de las combinaciones posibles, nos centramos en analizar sólo los valores extremos y el valor original de cada input y output. Si evaluamos la eficiencia de la EDAR j_o , los inputs y los outputs pueden tomar los siguientes valores, expresados en forma multiplicativa:

Inputs de la EDAR j_o : $x_{ij_o} (1 - \alpha_{ij_o})$, x_{ij_o} , $x_{ij_o} (1 + \alpha'_{ij_o})$

Outputs de la EDAR j_o : $y_{rj_o} (1 - \beta_{rj_o})$, y_{rj_o} , $y_{rj_o} (1 + \beta'_{rj_o})$

Inputs de la EDAR $j \neq j_o$: $x_{ij} (1 - \alpha_{ij})$, x_{ij} , $x_{ij} (1 + \alpha'_{ij})$ (2)

Outputs de la EDAR $j \neq j_o$: $y_{rj} (1 - \beta_{rj})$, y_{rj} , $y_{rj} (1 + \beta'_{rj})$

Por lo tanto, el número de modelos DEA que deberemos resolver cuando se está analizando la EDAR j_o es 3^4 (81). Hay tres situación (i) favorable, (ii) desfavorable y (iii) original, con cuatro opciones en relación a los inputs y outputs (i) inputs de la EDAR analizada, (ii) outputs de la EDAR analizada, (iii) inputs para el resto de EDARs, y (iv) outputs para el resto de EDARs.

Simplificando la notación de la Ecuación (2), obtenemos la Ecuación (3):

$$\begin{aligned} x_{ij_o} - \alpha_{ij_o} &:= x_{ij_o}^m, & x_{ij_o} &:= x_{ij_o}^o, & x_{ij_o} + \alpha'_{ij_o} &:= x_{ij_o}^M \\ y_{rj_o} - \beta_{rj_o} &:= y_{rj_o}^m, & y_{rj_o} &:= y_{rj_o}^o, & y_{rj_o} + \beta'_{rj_o} &:= y_{rj_o}^M \end{aligned} \quad (3)$$

Donde:

x_{ij}^m es el mínimo valor (m) del input “i” para la EDAR “j”.

x_{ij}^o es el valor original (o) del input “i” para la EDAR “j”.

x_{ij}^M es el máximo valor (M) del input “i” para la EDAR “j”.

y_{rj}^m es el mínimo valor (m) del output “j” para la EDAR “j”.

y_{rj}^o es el valor original (o) del output “j” para la EDAR “j”.

y_{rj}^M es el máximo valor (M) del output “j” para la EDAR “j”.

La consideración de los niveles de tolerancia en inputs y outputs en lugar de sólo los valores originales, permite definir el mejor y el peor de los posibles escenarios a los que se puede enfrentar la EDAR “ j_o ”.

En el mejor de los casos para la EDAR “ j_o ”: La cantidad de inputs disminuye al tiempo que los outputs incrementan en esta EDAR, mientras que el resto de unidades presentan un comportamiento inverso en sus variables, según los niveles de tolerancia definidos:

$$\begin{aligned} x_{ij} &= \begin{cases} x_{ij}^m & j = j_o \\ x_{ij}^M & j \neq j_o \end{cases} \\ y_{rj} &= \begin{cases} y_{rj}^M & j = j_o \\ y_{rj}^m & j \neq j_o \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

En el peor de los casos para la EDAR “ j_o ”: La cantidad de inputs incrementa al tiempo que los outputs disminuyen en esta EDAR, mientras que el resto de unidades los inputs disminuyen y los outputs incrementan:

$$\begin{aligned} x'_{ij} &= \begin{cases} x_{ij}^M & j = j_o \\ x_{ij}^m & j \neq j_o \end{cases} \\ y'_{rj} &= \begin{cases} y_{rj}^m & j = j_o \\ y_{rj}^M & j \neq j_o \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Recopilando todos los posibles escenarios para cada una de las EDARs, obtenemos las matrices X' y Y' según la Ecuación (6):

$$\begin{aligned} X' &= [x_{ij}] \in M_{(i,j)} \\ Y' &= [y_{rj}] \in M_{(r,j)} \end{aligned} \quad (6)$$

La implementación de estas matrices en un modelo DEA tradicional (CCR o BCC) permite obtener los valores de eficiencia en el mejor caso y en el peor caso. En otras palabras, se obtiene el índice de eficiencia máximo y mínimo para cada EDAR evaluada, es decir, se acota la incertidumbre.

2.2. Selección de tolerancias

La determinación de las tolerancias es uno de los puntos críticos del modelo DEA con tolerancias, dada la subjetividad del proceso. Resulta evidente que la determinación arbitraria de posibles variaciones en los outputs y en los inputs condicionará los resultados, pudiendo derivarse conclusiones poco realistas. Siguiendo los trabajos desarrollados por Bonilla et al. (2004), Medal (2010), y Boscá et al. (2011), la cuantificación de las tolerancias se realiza a través de un método estadístico basado en la selección de una serie histórica de inputs y outputs. Teniendo en cuenta los niveles máximos y mínimos alcanzados en el período de estudio cada una de las variables consideradas en la evaluación de la eficiencia, se ha procedido a la selección de los niveles adecuados de tolerancias. El método en cuestión, sigue seis pasos que se aplican a cada una de las EDARs analizadas y para cada uno de los inputs y outputs. A continuación se describen cada uno de los pasos:

Paso 1: Análisis de los inputs y outputs para cada periodo de tiempo (i).

Paso 2: Cálculo de los valores medios, máximos y mínimos para cada periodo de tiempo (i).

Paso 3: Cálculo de las diferencias entre el máximo y la media (DIFMAX (i)), y las diferencias entre el valor mínimo y medio (DIFMIN (i)), según la Ecuación (7), para cada periodo de tiempo considerado ($i = 1, 2, \dots, n$).

$$\begin{aligned} \text{DIFMAX}(i) &= \frac{\text{Max}(i) - \text{Mean}(i)}{\text{Mean}(i)} \\ \text{DIFMIN}(i) &= \frac{\text{Mean}(i) - \text{Min}(i)}{\text{Mean}(i)} \end{aligned} \quad (7)$$

Paso 4: Determinación de los niveles de tolerancia para cada periodo (i):

$$TOL(i) = \frac{DIFMAX(i) - DIFMIN(i)}{2} \quad (8)$$

Paso 5: Determinación de la amplitud global de para cada tolerancia (input y output) como media aritmética de las variables (TOL (i)):

$$TOL = \text{mean } TOL(i) = \frac{\sum_{i=1}^n TOL(i)}{n} \quad (9)$$

Paso 6: El valor de tolerancia (TOL) es dividido entre dos. Al dividir la amplitud general en dos partes, se indican las variaciones positivas y negativas de cada input y output.

La metodología descrita permite estimar tolerancias simétricas ya que, tal y como se indica en el paso 6, la amplitud total es dividida entre 2. Sin embargo, en ocasiones es más adecuado considerar tolerancias no simétricas. En estos casos, podemos adaptar la metodología previamente descrita, manteniendo los pasos 1 a 3, mientras que los pasos 4 a 6 se modifican por los siguientes:

Paso 4: Determinación del nivel superior de tolerancia para cada input y output:

$$TOL \text{ MAX} = \frac{\sum_{i=1}^n DIFMAX(i)}{n} \quad (10)$$

Paso 5: Determinación del nivel inferior de tolerancia para cada input y output:

$$TOL \text{ MIN} = \frac{\sum_{i=1}^n DIFMIN(i)}{n} \quad (11)$$

Tanto en el caso de que se determinen tolerancias simétricas como no simétricas, se asigna el mismo peso a cada uno de los períodos de tiempo analizados. Sin embargo, en el caso series históricas muy largas, puede ser conveniente asignar un peso mayor a los períodos más recientes y un peso inferior a los más alejados del momento actual.

2.3. Clasificación de EDARs.

Con el objetivo de identificar las EDARs en las que priorizar actuaciones para mejorar la eficiencia, las unidades evaluadas deben ordenarse. Para ello, seguimos el enfoque propuesto por Boscá et al., (2011). Así, las Ecuaciones (12) y (13) presentan dos ratios de

eficiencia para la j_0 -ésima unidad ($R_{j_0}^1$ y $R_{j_0}^2$), de manera que en base a los niveles de eficiencia previamente calculados, las EDARs pueden ser ordenadas.

$$R_{j_0}^1 = \frac{e_{j_0}}{\tau_{j_0}} \quad (12)$$

$$R_{j_0}^2 = \begin{cases} \frac{S_{j_0} - e_{j_0}}{\tau_{j_0} - e_{j_0}} & \text{If } \tau_{j_0} \neq e_{j_0} \\ 0 & \text{If } \tau_{j_0} = e_{j_0} \end{cases} \quad (13)$$

Donde:

e_{j_0} = número de veces que la EDAR j_0 es eficiente.

$S_{j_0} = \sum_{a,b,c,d} E(x_{ij}^a, x_{ij_0}^b, y_{rj}^c, y_{rj_0}^d)$, suma de los 81 scores de eficiencia R^1 para la EDAR j_0 .

$\tau_{j_0} = 81$, para este problema.

El indicador $R_{j_0}^1$ indica el número de veces que la unidad j_0 ha sido eficiente. Su valor está acotado entre $[0,1]$. Un valor de 0 indica que la EDAR ha sido caracterizada como ineficiente en los 81 escenarios. Si el indicador es igual a la unidad significa que en todos los escenarios, el score de eficiencia es unitario, es decir, la EDAR siempre es eficiente. En otras palabras, cuanto más se aproxime a la unidad el valor de $R_{j_0}^1$, mayor número de veces habrá sido eficiente la EDAR j_0 . El indicador $R_{j_0}^2$ se utiliza para discernir que unidad es más eficiente en el caso de que dos unidades tengan el mismo valor para el primer ratio. Su valor también puede tomar el rango $[0,1]$.

Siguiendo los criterios descritos previamente, la DMU_j , es mejor que la DMU_z si:

$$DMU_j > DMU_z \Leftrightarrow R_j^1 > R_z^1 \quad (14)$$

Si $R_j^1 = R_z^1$, usamos el Segundo indicador de eficiencia ($R_{j_0}^2$). En este caso la DMU_j , es mejor que la DMU_z si:

$$DMU_j > DMU_z \Leftrightarrow R_j^1 = R_z^1 \text{ y } R_j^2 > R_z^2 \quad (15)$$

3. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

Nuestra muestra está integrada por datos pertenecientes a 45 EDARs situadas en la región de Valencia. Todas las EDARs realizan la depuración de las aguas residuales a través de un tratamiento secundario convencional con eliminación de nitrógeno. Las aguas residuales que se tratan en las instalaciones son de origen fundamentalmente doméstico, siendo los vertidos industriales muy escasos. La información estadística ha sido proporcionada por la Entidad Pública de Saneamiento de Aguas Residuales de la Comunidad Valenciana (EPSAR) y corresponde al año 2009.

Se considera que las EDARs realizan un proceso productivo que tiene por objetivo obtener un efluente que cumpla los criterios de calidad requeridos por la legislación con el menor coste posible. Se considera que como consecuencia del proceso de depuración, se generan tres outputs: (i) sólidos en suspensión (SS) (y_1), (ii) materia orgánica medida como demanda química de oxígeno (DQO) (y_2) y (iii) nitrógeno (N) (y_3). Los inputs necesarios para llevar a cabo el proceso son los costes de operación y mantenimiento (x_1). Cabe destacar que los outputs están expresados en unidades físicas (gramos por metro cúbico de agua tratada), mientras los inputs se expresan en unidades monetarias (euros por metro cúbico de agua tratada). En el cuadro 1 se ofrece una descripción breve de estas variables.

Tabla 1: Descripción de la muestra
Fuente: Entitat of Sanejament d'Aigues-EPSAR

	Volumen (m ³ /año)	OUPUTS (g/m ³)			INPUTS (€/m ³)
		SS	COD	N	Coste
Media	408.014	263	588	43	0,5203
Desviación	286.381	121	344	20	0,2112

En nuestra ámbito de estudio, por lo general la exactitud de los datos en relación a los outputs no es un problema. Esto se debe a son datos relativos a contaminantes eliminados (diferencia entre el influente y efluente) y su determinación se realiza utilizando técnicas analíticas precisas, las cuales han mejorado considerablemente en los últimos años. Además, los operadores de las EDARs están legalmente obligados a determinar los principales parámetros que definen la calidad del agua tratada diariamente, y la Administración Regional realiza periódicamente controles para verificar que los datos facilitados por las empresas son correctos. Sin embargo, en la actualidad, en determinadas ocasiones nos encontramos con muestras contaminadas, con errores analíticos o con descargas puntuales de contaminación que pueden dar lugar a datos que no son representativos de la realidad. La situación es más compleja en lo que respecta a los inputs, porque son las empresas explotadoras las que proporcionan los datos a la Administración. A pesar de que los costes de operación son estrictamente controlados por las empresas, es muy difícil obtener esa información, ya que ni la

Administración ni las propias empresas tienen la obligación legal de hacer pública esta información. Por otra parte, en la mayoría de los casos, una misma empresa se encarga de la gestión de varias EDARs. Por lo tanto, a menudo la contabilidad de las mismas se realiza de forma conjunta para todas las plantas, lo que hace que la adquisición de información a nivel individual sea muy difícil.

4. RESULTADOS

4.1. Tolerancias para inputs y outputs

Siguiendo la metodología descrita en la sección 2.2, se han estimado las tolerancias para cada uno de los inputs y outputs de cada EDAR objeto de estudio. Para ello, se han utilizado datos de inputs y outputs correspondientes al periodo 2003 - 2009, ya que estos datos corresponden a la serie temporal más extensa de la que se dispone en la actualidad. La Tabla 2 proporciona los valores de tolerancias simétricas tanto para el input (costes de operación y mantenimiento) como para los outputs (SS, DQO y N eliminado). Esto significa que en el periodo de estudio (2003-2009), por ejemplo, en la EDAR 1, la variación de los SS ha oscilado en términos medios un 8,8% (entre el máximo y el mínimo alcanzados) y en sus costes un 23.9%. La interpretación para el resto de inputs y outputs sería idéntica.

Se demuestra que el valor medio de las tolerancias de los inputs es menor que el de outputs. Este resultado es coherente con lo que podríamos esperar desde el punto de vista teórico ya que el objetivo de los explotadores de las instalaciones es minimizar los costes de operación, y dado que nuestra serie de datos es reciente, la mayoría de las plantas ya han optimizado sus costes. En relación a los outputs, la cantidad de outputs que son eliminados no sólo depende de cómo se opere la EDAR sino también de las características del influente. Tras el proceso de depuración, el efluente debe cumplir los criterios de calidad exigidos por la legislación. Por lo tanto, si la concentración de contaminantes en el influente cambia con el tiempo, es evidente que la cantidad de contaminantes que deben ser eliminados del agua residual también debe variar. Por esta razón, la tasa de cambio media para los outputs es mayor que para los inputs.

A nivel de planta, la desviación estándar nos confirma que los valores de tolerancias para las distintas EDARs objeto de análisis son muy variables, especialmente en el caso de los outputs. Esta variabilidad es especialmente importante en el caso del nitrógeno ya que el valor mínimo es 1,3% (EDAR 41), mientras que el valor máximo es 70% (EDAR 25). Además, la EDAR 4 muestra el valor más alto de variabilidad en relación al SS y COD eliminado. Esto es porque durante el año 2003 (al comienzo de su operación) esta EDAR presentó problemas operacionales durante varios meses; por lo tanto, el porcentaje de eliminación de los contaminantes durante año fue bajo, mientras que el resto de los años analizados, el rendimiento de eliminación fue considerablemente superior.

Tabla 2: Tolerancias para input y outputs en %.

EDAR	OUTPUTS (%)			INPUTS (%)
	SS	COD	N	COSTE
1	8.8	12.5	11.8	23.9
2	2.4	6.6	29.1	13.5
3	2.2	6.3	10.1	6.6
4	46.3	57.1	27.3	10.7
5	11.2	3.3	10.3	13.7
6	0.3	0.6	45.9	9.5
7	6.8	1.9	24.3	29.1
8	3.4	29.9	10.8	2.3
9	40.8	2.0	6.2	12.5
10	6.0	2.6	13.3	16.8
11	2.7	2.3	9.0	1.2
12	2.3	14.0	18.6	8.9
13	1.7	3.4	16.3	4.1
14	2.5	1.0	18.9	13.1
15	7.9	3.4	5.0	11.2
16	11.4	17.4	22.1	15.8
17	0.1	2.2	23.0	4.5
18	18.6	7.5	4.4	1.8
19	1.9	3.9	28.5	12.3
20	14.9	15.9	23.8	2.8
21	4.6	1.2	8.1	3.1
22	2.8	4.4	15.5	4.2
23	12.4	18.7	18.9	6.4
24	4.1	1.7	46.7	0.9
25	42.7	15.5	70.0	19.3
26	22.7	20.3	8.5	3.4
27	9.2	1.5	4.7	5.0
28	4.0	2.2	5.6	1.9
29	2.0	1.0	14.1	8.6
30	7.3	6.9	7.6	8.9
31	21.3	9.6	8.4	9.4
32	10.1	5.5	7.8	5.4
33	3.3	2.1	11.2	8.8
34	23.4	11.2	15.8	15.0
35	2.0	9.8	31.4	3.6
36	3.6	4.5	7.1	2.7
37	6.6	2.0	4.1	14.9
38	10.7	15.3	9.0	3.6
39	13.1	9.7	6.9	2.5
40	1.4	1.5	1.4	1.5
41	1.6	1.3	1.3	1.2
42	28.0	18.8	6.9	3.5
43	14.9	21.5	21.7	23.6
44	26.2	25.4	17.3	7.0
45	4.8	14.3	22.2	12.7
Media	10.6	9.3	16.3	8.7
Desviación	11.4	10.5	13.2	6.7

4.2. Índices de eficiencia

Una vez que las tolerancias han sido calculadas, el paso siguiente en nuestro análisis es aplicar el modelo DEA-BCC utilizando tanto los datos originales como los calculados aplicando las tolerancias. La resolución del modelo DEA con incertidumbre lleva a la obtención de 81 índices de eficiencia para cada EDAR analizada. La amplitud y complejidad de la información resultante es evidente. Por lo tanto, consideramos 4 escenarios para cada EDAR: (i) valor original sin tolerancias (ORIGINAL), (ii) máximo índice (MAX) que corresponde al mejor escenario, (iii) mínimo índice (MIN) que corresponde al peor escenario, y (iv) índice medio para los 81 casos posibles (MEDIA). La Tabla 3 también proporciona información sobre la amplitud del rango (MAX-MIN) y (ORIGINAL-MEDIA) en términos porcentuales.

En primer lugar, analizaremos los resultados que se obtuvieron cuando se utilizaron los datos originales (ORIGINAL). El valor medio de eficiencia de toda la muestra fue de 0,588. Teniendo en cuenta que una DMU es eficiente cuando su índice es igual a la unidad, el potencial de ahorro de inputs se cuantifica en un 41,2%. Nuestros resultados empíricos son similares a los obtenidos por Hernández-Sancho y Sala-Garrido (2009), quienes obtuvieron un valor de eficiencia medio de 0,41 para una muestra de 338 EDARs en el año 2004. Por otra parte, en el escenario más favorable (MAX), la eficiencia media de las EDARs podría alcanzar el valor de 0.740, lo que significa que podría haber una mejora aproximadamente del 26%. Así mismo, en el peor de los casos, la disminución de la eficiencia media también es del 26%. Estos resultados permiten confirmar que las tolerancias que se calculan para cada uno de los outputs y del input son simétricas con respecto al valor original. Es importante señalar que índice medio para los 81 casos analizados 81 (MEDIA) es 0.593, que es prácticamente el mismo valor que cuando se utilizan los datos originales.

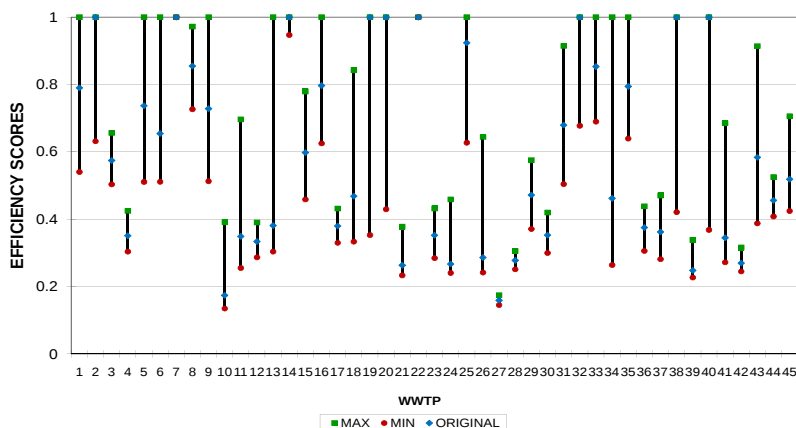
La tabla 3 muestra que, aparte de las unidades eficientes, otras 10 EDARs podrían llegar a ser eficientes si aumenta su rendimiento de eliminación de contaminantes, o si reducen sus costes de operación y mantenimiento. En otras palabras, en el mejor escenario, el 22% de las EDARs estudiadas minimizarían sus costes dados manteniendo constantes los outputs. Por lo tanto, en estas EDARs deberían adoptarse las correspondientes medidas para incrementar la cantidad de output generados y consecuentemente mejorar su eficiencia. Sin embargo, el resto de las EDARs (58%) no llegarían a ser eficientes, incluso en el mejor de los casos.

Si analizamos los resultados para el peor de los escenarios, es de destacar que 7 de las 9 plantas que en el escenario original eran eficientes, dejan de serlo. Así mismo, las EDARs 7 y 22, tanto en el mejor como en el peor escenario tienen un índice de eficiencia igual a la unidad (es decir, son siempre eficientes). Asimismo, también es importante señalar la importante disminución en eficiencia experimentada por las EDARs 19, 20, 38 y 40, ya que pasan de estar en la frontera de producción eficiente a tener una eficiencia inferior a 0,6.

Tabla 3: Índices de eficiencia usando DEA con evaluación de incertidumbre.

EDAR	ORIGINAL	MEDIA	MAX	MIN	(MAX-MIN) (%)	(ORIGINAL-MEDIA) (%)
1	0.790	0.794	1.000	0.540	46.0%	-0.4%
2	1.000	0.894	1.000	0.631	36.9%	10.6%
3	0.574	0.575	0.656	0.504	15.3%	-0.1%
4	0.351	0.356	0.424	0.304	12.1%	-0.5%
5	0.737	0.794	1.000	0.511	48.9%	-5.7%
6	0.654	0.747	1.000	0.511	48.9%	-9.3%
7	1.000	1.000	1.000	1.000	0.0%	0.0%
8	0.855	0.849	0.972	0.727	24.5%	0.6%
9	0.728	0.773	1.000	0.513	48.7%	-4.4%
10	0.174	0.193	0.391	0.135	25.6%	-1.9%
11	0.349	0.414	0.696	0.255	44.1%	-6.5%
12	0.334	0.335	0.390	0.287	10.4%	-0.1%
13	0.381	0.486	1.000	0.304	69.6%	-10.5%
14	1.000	0.999	1.000	0.947	5.3%	0.1%
15	0.598	0.601	0.779	0.459	32.1%	-0.3%
16	0.797	0.808	1.000	0.625	37.5%	-1.1%
17	0.380	0.379	0.432	0.330	10.2%	0.0%
18	0.468	0.516	0.843	0.333	51.0%	-4.8%
19	1.000	0.889	1.000	0.353	64.7%	11.1%
20	1.000	0.912	1.000	0.430	57.1%	8.9%
21	0.263	0.275	0.378	0.233	14.5%	-1.1%
22	1.000	1.000	1.000	1.000	0.0%	0.0%
23	0.352	0.351	0.432	0.285	14.8%	0.2%
24	0.267	0.283	0.459	0.240	21.8%	-1.6%
25	0.924	0.904	1.000	0.627	37.3%	2.0%
26	0.286	0.347	0.644	0.242	40.2%	-6.1%
27	0.159	0.159	0.175	0.145	3.0%	-0.0%
28	0.278	0.277	0.305	0.251	5.4%	0.1%
29	0.472	0.470	0.576	0.371	20.5%	0.2%
30	0.353	0.354	0.420	0.300	12.0%	-0.1%
31	0.679	0.677	0.915	0.504	41.0%	0.3%
32	1.000	0.989	1.000	0.677	32.3%	1.2%
33	0.853	0.879	1.000	0.690	31.0%	-2.5%
34	0.462	0.578	1.000	0.264	73.6%	-11.6%
35	0.794	0.853	1.000	0.640	36.0%	-5.9%
36	0.375	0.372	0.438	0.306	13.2%	0.3%
37	0.362	0.366	0.471	0.281	18.9%	-0.4%
38	1.000	0.908	1.000	0.421	57.9%	9.2%
39	0.248	0.256	0.339	0.227	11.2%	-0.8%
40	1.000	0.794	1.000	0.368	63.2%	20.6%
41	0.345	0.408	0.685	0.272	41.3%	-6.3%
42	0.270	0.272	0.316	0.245	7.1%	-0.3%
43	0.584	0.593	0.914	0.388	52.7%	-0.9%
44	0.456	0.459	0.525	0.408	11.7%	-0.4%
45	0.519	0.529	0.706	0.424	28.1%	-1.1%
Media	0.588	0.593	0.740	0.433	30.6%	-0.4%
Desviación	0.283	0.266	0.281	0.217	20.2%	5.6%

La figura 1 muestra el intervalo de variación (representado por barras) entre el mejor y el peor índice de eficiencia que se podría obtener para cada una de las EDARs, así como los valores originales. La longitud del intervalo indica el nivel de estabilidad en los resultados obtenidos.



Si el valor original se compara con la media de los 81 índices (ORIGINAL-MEDIA), el valor medio de divergencia es de sólo -0,4%, tanto para valores positivos como negativos. En términos absolutos, la amplitud máxima es del 20,6%, mientras que la amplitud mínima es de 0,0%. Estos resultados indican que cuando se evalúa la eficiencia de una muestra de la EDARs, el valor medio de toda la muestra no difiere mucho del índice que se obtendría en el caso de que las variaciones en los datos originales también fueran consideradas. Sin embargo, cuando el mismo análisis se realiza a nivel de planta, la incorporación de la incertidumbre, adquiere especial importancia ya que para algunas plantas existen diferencias sustanciales entre los resultados obtenidos cuando se usan los datos originales y el valor medio de los 81 escenarios casos posibles.

La variabilidad es la diferencia entre el índice de eficiencia en el mejor y en el peor de los escenarios (MAX-MIN). Por lo tanto, si la amplitud es alta significa que la EDAR puede mejorar o empeorar su eficiencia ante cambios en sus inputs y outputs, es decir, son depuradoras con alta sensibilidad a posibles variaciones en los inputs y/o outputs. En cambio, bajas amplitudes indican que la eficiencia apenas cambiará o incluso permanecerá constante si la amplitud es cero aunque haya cambios en los valores de los inputs y/o outputs. En nuestro caso, el 18% de las EDARs tienen amplitud superior al 50%, llegando a un valor máximo de 74%. En otras palabras, la eficiencia de estas plantas se vería muy afectada por los cambios en los inputs o outputs. En cambio, el 38% de las plantas presenta amplitudes inferiores al 20%. Este valor indica que estas plantas son poco sensibles a cambios en los datos. De todas las plantas estudiadas, las más “insensibles” son las número 7 y 22 porque tanto en el mejor como en el peor de los escenarios son eficientes, ya que su amplitud es 0%.

4.3. Ordenación de DMUs

Una vez obtenidos los índices de eficiencia, para completar el análisis de eficiencia, procedimos a calcular los dos indicadores de eficiencia (R^1 y R^2) para cada una de las EDARs definidos en la Sección 2.3. Ambos indicadores presentan un rango comprendido entre [0,1]. Cuantas más veces haya sido una EDAR eficiente, más alto será el valor de su indicador de eficiencia y por lo tanto ocupará una posición más alta en el ranking.

La Tabla 4 muestra los valores de R^1 y R^2 . Tal y como esperábamos del análisis previo, las EDARs 7 y 22 ocupan el primer puesto en el ranking. Estas dos depuradoras son las más eficientes ya que el indicador R^1 presenta su máximo valor (1,0), es decir, son eficientes en los 81 posibles escenarios analizados. Las siguientes posiciones en el ranking son ocupadas por las EDARs 14 y 32, que presentan un valor muy próximo a la unidad. Recuérdese que estas plantas son eficientes cuando se utilizan los datos originales y en el mejor escenario. Sin embargo, en el peor escenario, su índice de eficiencia se reduce a 0,947 y 0,677, respectivamente.

Así mismo, el indicador R^1 nos confirma que en el mejor escenario, 19 de las EDARs analizadas serían eficientes, ya que el valor de este indicador es superior a cero. En cambio, 26 depuradoras no llegarían a ser nunca eficientes (EDARs cuyo valor de R^1 es igual a cero).

El indicador R^2 nos ha permitido clasificar aquellas plantas que presentan el mismo valor de R^1 . Concretamente, nos ha permitido ordenar las EDARs , 1, 5 y 6 ya que todas ellas presentan un valor de R^1 igual y superior a cero. Así mismo, el indicador R^2 también permite clasificar aquellas plantas que incluso en el mejor de los casos no llegarían a ser eficientes, es decir, las EDARs con un valor de R^1 igual a cero. De esta forma, se demuestra que este grupo de plantas no son homogéneas desde el punto de vista de su eficiencia, sino que, las EDARs número 8, 31 o 15 ocupan una posición más elevada en el ranking. Al contrario de las plantas 10 y 27 que serían las menos eficientes, incluso en el mejor escenario, ya que presentan los valores más bajos del indicador R^2 .

En resumen, se confirma que las EDARs 7 y 22 son las que presentan el mejor comportamiento desde el punto de vista de la eficiencia ya que en todos los escenarios, son eficientes. En otras palabras, estas dos plantas representan la frontera de la mejor práctica. Así mismo, se constata que la EDAR número 27 es la peor de todas las analizadas porque incluso en el mejor escenario, la eficiencia de esta planta es menor que la del resto de plantas analizadas.

La ordenación de las EDARs es de especial interés para las autoridades encargadas de la gestión de las aguas residuales ya que permite comparar la eficiencia de las distintas instalaciones. Así, a la hora de asignar recursos para mejorar la eficiencia de las plantas, éstos se pueden destinar a aquellas plantas que presenten mayor potencial de mejora.

Tabla 4: Clasificación de EDARs según su eficiencia.

EDAR	R ¹	R ²
7	1.000	0.000
22	1.000	0.000
14	0.987	0.947
32	0.938	0.813
38	0.777	0.587
19	0.740	0.358
20	0.617	0.769
40	0.555	0.536
25	0.518	0.800
2	0.506	0.784
35	0.308	0.787
33	0.247	0.839
34	0.222	0.456
9	0.210	0.712
1	0.185	0.748
5	0.185	0.747
6	0.185	0.690
13	0.111	0.422
16	0.074	0.792
8	0.000	0.849
31	0.000	0.677
15	0.000	0.601
43	0.000	0.593
3	0.000	0.575
45	0.000	0.529
18	0.000	0.516
29	0.000	0.470
44	0.000	0.460
11	0.000	0.414
41	0.000	0.408
17	0.000	0.380
36	0.000	0.372
37	0.000	0.365
4	0.000	0.356
30	0.000	0.354
23	0.000	0.350
26	0.000	0.347
12	0.000	0.335
24	0.000	0.282
28	0.000	0.277
21	0.000	0.274
42	0.000	0.272
39	0.000	0.256
10	0.000	0.193
27	0.000	0.159

5. CONCLUSIONES

Los altos costes asociados a la gestión de las EDARs, han supuesto que en los últimos años la evaluación de la eficiencia haya adquirido especial relevancia ya que permite identificar las mejores unidades que servirán como referencia para el resto. En este sentido, DEA se presenta como una técnica muy adecuada para evaluar la eficiencia de procesos productivos que requieren varios inputs y generan varios outputs, como es el proceso de tratamiento de aguas residuales. Sin embargo, uno de los inconvenientes de este método es que no proporciona información sobre la incertidumbre.

Nuestro análisis proporciona información sobre cómo los cambios en los datos pueden significar inestabilidad en los resultados de eficiencia. Estimamos los índices de eficiencia para una muestra de 45 EDARs usando el modelo DEA con evaluación de incertidumbre con el objetivo de incrementar la estabilidad en los resultados. Además, los resultados obtenidos, se utilizan para clasificar las instalaciones en términos de eficiencia.

Los resultados obtenidos permiten derivar diversas conclusiones. En primer lugar, las tolerancias estimadas para cada una de las variables consideradas, demuestran que la variabilidad en los outputs es mayor que en los inputs. Segundo, los valores de eficiencia obtenidos usando tanto los datos originales así como los máximos y mínimos indican que los explotadores de las instalaciones tienen un margen para reducir sus costes de operación. Tercero, la diferencia entre el índice de eficiencia en el mejor y en el peor escenario muestra que no todas las EDARs son igual de sensibles ante cambios en sus inputs y outputs. Finalmente, a nivel de planta, nuestro análisis permite demostrar que el número de plantas eficientes cambia de forma sustancial cuando se utilizan los valores con tolerancias en lugar de los originales.

En relación a la clasificación de las EDARs, los resultados obtenidos confirman que son dos plantas las que ocupan el primer lugar en el ranking porque en todos los casos analizados su índice de eficiencia es igual a la unidad. Es por ello que estas dos EDARs pueden ser consideradas como la mejor práctica. Así mismo, el segundo indicador nos confirma que aquellas plantas que incluso en el mejor de los escenarios no son eficientes, no constituyen un grupo homogéneo lo cual nos permite identificar las EDARs con menor eficiencia.

El uso del modelo DEA con evaluación de la incertidumbre permite identificar cómo afectan los cambios en los valores de los inputs y outputs a la eficiencia de las instalaciones. Así mismo, la inclusión de variabilidad en los datos permite resolver el problema de la incertidumbre. Por otra parte, también permite predecir los futuros valores de eficiencia si se producen cambios en los inputs y/o outputs. Este análisis permite identificar las plantas que deben estar alerta ya que pequeños cambios en los datos implican una disminución considerable

en su eficiencia. De igual manera, también permite identificar aquellas plantas con mayor potencial de mejora, de forma que pequeños cambios en las mismas podrían traducirse en importantes mejoras desde el punto de vista de la eficiencia.

Finalmente, desde el punto de vista la gestión y operación de las instalaciones, los resultados obtenidos son de gran utilidad tanto para los explotadores de las EDARs como para la Administración responsable de su gestión ya que permiten identificar las plantas mejor operadas que servirán de referencia para el resto. De esta forma, es posible identificar tanto las debilidades como las fortalezas de las EDARs y en consecuencia adoptar las correspondientes medidas para mejorar la asignación de recursos. Así, la adopción de estas mejores prácticas, contribuiría a minimizar los costes de operación y mantenimiento de las instalaciones y, consecuentemente a incrementar los beneficios de las empresas.

6. REFERENCIAS

- Andersen, P. y Petersen, N.C. (1993). “A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis”. *Management Science*, 39, 1261–1264.
- Assaf, A. y Matawie, K.M. (2010). “Improving the accuracy of DEA efficiency analysis: a bootstrap application to the health care foodservice industry”. *Applied Economics*, 42 (7), 3547 – 3558.
- Bonilla, M., Casaus, T., Medal, A. y Sala, R. (2002). “The traffic in the Spanish ports: An efficient analysis”. *International Journal of Transport Economics*, XXIX (2), 215 – 230.
- Bonilla, M., Casaus, T., Medal, A. y Sala, R. (2004). “An efficiency analysis with tolerance of the Spanish port system”. *International Journal of Transport Economics*, XXXI (3), 379 – 400.
- Boscá, J.E., Liern, V., Martínez, A. y Sala, R. (2011). “Ranking decision making units by means of Soft computing DEA”. *International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 19 (1), 115 – 134.
- Charnes, A., Cooper, W.W., y Rhodes, E. (1978). “Measuring the efficiency of decision making units”. *European Journal of Operational Research*, 2, 429 – 444.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Lewin, A.Y. y Seiford, L.M. (1996). *Data envelopment analysis: theory, methodology and application*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

- Efron, B. (1979). "Bootstrap methods: another look at the jackknife". *Annals of Statistics*, 7, 1 – 16.
- Galletti, S. y Landon, D. (2009). "Benchmarking: Water and wastewater energy efficiency". *Water and Wastewater International*, 24 (6), 20 – 21.
- Hernández-Sancho, F. Molinos-Senante, M. y Sala-Garrido, R. (2010). "Economic valuation of environmental benefits from wastewater treatment processes: An empirical approach for Spain". *Science of the Total Environment*, 408, 953 – 957.
- Hernández-Sancho, F. y Sala-Garrido, R. (2009). "Technical efficiency and cost analysis in wastewater treatment processes: A DEA approach". *Desalination*, 249 (1), 230 – 234.
- León, T., Liern, V., Ruiz, J.L. y Sirvent, I. (2003). "A fuzzy mathematical programming approach to the assessment of efficiency with DEA models". *Fuzzy Sets and Systems*, 139 (2), 407 – 419.
- Medal, A. (2010). *Efficiency analysis of the Spanish port system: structure, evolution and perspectives*, Valencia: PhD Thesis, University of Valencia.
- Molinos-Senante, M., Hernández-Sancho, F. y Sala-Garrido, R. (2010). "Economic feasibility study for wastewater treatment: A cost-benefit analysis". *Science of the Total Environment*, 408, 4396 – 4402.
- Olesen, O.B. y Petersen, N.C. (1995). "Chance constrained efficiency evaluation". *Management Science*, 41, 442 – 457.
- Parthasarathy, S. y Anbazhagan, N. (2008). "Evaluating ERP projects using DEA and regression analysis". *International Journal of Business Information System*, 3 (2), 140 – 157.
- Simar, L. y Wilson, P.W. (1998). "Sensitive analysis of efficiency scores: how to bootstrap in nonparametric frontier models". *Management Science*, 44 (1), 49 – 61.
- Sin, G., Gernaey, K.V., Neumann, M.B., van Loosdrecht y Gujer, W. (2001). "Global sensitivity analysis in wastewater treatment plant model applications: Prioritizing sources of uncertainty". *Water Research*, 45 (2), 639 – 651.
- Zhang, X.P., Chang, X.M., Yuan, J.H. y Gao, X.J. (2011). "Total-factor energy efficiency in developing countries". *Energy Policy*, 39 (2), 644 – 650.

- Zhao, Z.B., An, S. y Ma, F. (2010). “Efficiency of wastewater treatment in northeast cities of China”. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 42 (4), 588 – 591.
- Zhong, W., Yuan, W., Li, S.X. y Huang, Z. (2011). “The performance evaluation of regional R&D investments in China: An application of DEA based on the first official China economic census data”. *Omega*, 39 (4), 447 – 455.
- Zhou, H. y Lange, K. (2011). “A fast procedure for calculating importance weights in bootstrap sampling”. *Computational Statistics and Data Analysis*, 55 (1), 26 – 33.