

EL SYLLABUS DE MATEMÁTICAS EN EL GRADO DE ADE

García Pineda, M^a Pilar
Blanco García, Susana
Núñez del Prado, José Antonio
*Departamento de Economía Financiera y contabilidad I
Universidad Complutense de Madrid*

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es conocer los temas de matemáticas que se imparten en las diferentes universidades españolas y algunas europeas. La finalidad principal es obtener un syllabus común que permita una unificación de los contenidos de matemáticas en el grado de Administración y Dirección de Empresas en las universidades españolas con vistas al Espacio Europeo de Educación Superior.

La metodología empleada ha sido la obtención de la denominada medida objetiva de Rasch que nos ha posibilitado conocer los temas instrumentales más estudiados en dichas universidades. Este estudio nos ha permitido revisar la temporización de dichos contenidos más acorde con los resultados obtenidos.

***Palabras claves:* Matemáticas, syllabus, Rasch**

***Área temática:* A22, I21**

ABSTRACT

The objective of this work is to improve our knowledge of the mathematical topics studied the Spanish universities, and also in some European universities. The main goal is to obtain a common "syllabus" allowing to unify the mathematical topics in the different Business Administration faculties in the framework of the EEES.

The methodology is based in the so-called "objective Rasch measure" that allows to detect the most studied topics in such universities. This work also allows us to modify the schedule according to the previous results.

Keywords: Mathematics, syllabus, Rasch

Acknowledgments:

A Pedro Alvarez de la UNEX por su ayuda con la metodología de Rasch

1. INTRODUCCIÓN

Los profesores de las asignaturas de Matemáticas aplicadas a otras ciencias sabemos bien que nuestra materia resulta útil a los alumnos en dos sentidos. Por un lado, enseñamos a razonar de forma rigurosa y lógica. Por otro lado, enseñamos conceptos y técnicas que serán posteriormente utilizadas en otras asignaturas y en la futura vida profesional de los ahora estudiantes. La selección y justificación de los contenidos de nuestras asignaturas resulta crucial si tenemos en cuenta la escasez de tiempo y créditos a la que habitualmente nos enfrentamos. En este trabajo pretendemos justificar científicamente una determinada selección de contenidos que consideramos óptima.

Los resultados que exponremos en las páginas siguientes están basados en un proyecto de innovación educativa de la Universidad Complutense de Madrid titulado *Determinación de los contenidos docentes de Matemáticas Empresariales en la licenciatura de Administración y Dirección de Empresas II*, que constituye la continuación de otro proyecto anterior con el mismo título. Estos Proyectos de Innovación Educativa de la UCM se enmarcan en la promoción, por parte de las autoridades académicas, de aquellos procesos que incidan en la mejora de la docencia, de la atención al estudiante, de la formación del profesorado y de las metodologías docentes, así como dentro de las estrategias de la UCM para su integración en el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES). En ellos se contemplan acciones de carácter muy diverso que pretenden mejorar la atención al estudiante, la formación del profesorado y la formación y estabilización de grupos comprometidos con la innovación y mejora de la docencia sin la cual no hay calidad de la enseñanza en nuestras universidades.

La razón que, en nuestro caso, nos ha llevado a elaborar estos proyectos es el carácter instrumental de la matemática en los estudios de Administración y Dirección de Empresas (ADE) y Ciencias Actariales y Financieras (CAF). Como hemos comentado anteriormente, la matemática, en estas titulaciones, a diferencia de la matemática como ciencia en sí misma que se enseña en las facultades de matemáticas, debe considerarse como una herramienta que sirva esencialmente para modelizar rigurosamente los procesos económicos y empresariales. Como herramienta instrumental, entonces, los contenidos que se imparten, la metodología empleada y la motivación de los temas básicos que constituyen el currículo han de venir determinados por su uso en el resto de las asignaturas en esas licenciaturas, como creemos que debe ocurrir, más generalmente, en todas aquellas facultades en que la matemática constituya una herramienta más que una finalidad en sí misma.

Con este objetivo hemos emprendido una serie de estudios destinados a clarificar los problemas anteriores, primero en la UCM e incorporando posteriormente al análisis al resto de las universidades españolas y también algunas europeas.

Los objetivos de estos estudios, que pretendemos ampliar en proyectos sucesivos, son los siguientes:

1. La determinación de los contenidos docentes más usados, y por tanto imprescindibles, en las titulaciones mencionadas.
2. Elaborar una comparación de currículos en las facultades españolas que ayude a uniformar los contenidos para lograr un temario homogéneo básico, que permita la movilidad entre los estudiantes de tales facultades.
3. La búsqueda de una metodología docente que basándose en los modelos económicos que utilizan herramientas matemáticas permita interpretar los argumentos y razonamientos estrictamente matemáticos apoyándose en razonamientos y principios económicos. Creemos que esto es posible ya que la física matemática ofrece una guía de este objetivo. Esta disciplina ofrece argumentos físico-matemáticos basados en la intuición física, y de un modo análogo debe desarrollarse una intuición económica que posibilite posteriormente una formulación matemática.
4. La determinación de una temporización de los contenidos en base a su uso en las titulaciones mencionadas.
5. La determinación detallada de la programación docente de las asignaturas de Matemáticas Empresariales del grado de ADE

2. METODOLOGÍA EMPLEADA EN EL ESTUDIO

La metodología empleada en este trabajo es la metodología de Rasch, que ya ha sido utilizada con éxito en otros trabajos de evaluación de contenidos educativos, como por ejemplo el informe PISA. Una exposición detallada de dicha metodología resultaría excesivamente prolija, por lo que preferimos resumir brevemente las ideas intuitivas que la soportan y que permiten la comprensión de los resultados del trabajo. El lector interesado puede encontrar exposiciones rigurosas en los libros y artículos citados en la bibliografía, particularmente en el segundo capítulo del libro Heras y otros (2005).

La esencia de la metodología de Rasch es la correlación de dos conceptos, como por ejemplo, en este trabajo, *“universidades españolas y europeas que imparten estudios de ADE y CAF”* con *“temas de matemáticas en esos estudios”*. La idea de que en Economía y Empresa se usen matemáticas proviene de que algunos temas matemáticos (espacios vectoriales, derivadas, ...) se utilizan para modelizar problemas de Economía y Empresa (por ejemplo, problemas de optimización) y de ahí que deban ser conocidos por los estudiantes. Pero ¿qué temas y en qué extensión?. George Rasch

creyó que una medida de la correlación entre dos conceptos, como, por ejemplo, los que constituyen el objeto de este trabajo, consistiría en medir “la cantidad de veces que se estudia un tema de matemáticas en las universidades consideradas en el trabajo”. Si un tema –la herramienta matemática que se utiliza en algún modelo económico- se estudia menos que otro tema, aquel habría de recibir menos peso en los programas de matemáticas de grado en ADE que la herramienta matemática de este otro tema. También podrían definirse otros criterios, pero es indudable que la idea de Rasch de correlacionar dos conceptos por la frecuencia con la que uno de ellos se relaciona con el otro es una medida razonable de la importancia que aquel tiene en este.

Basándonos en la metodología de Rasch, realizamos un cuestionario entre el profesorado de las asignaturas de Matemáticas de los estudios de ADE y CAF de las universidades españolas y europeas incluidas en el estudio, en el que el test básico plantado era el siguiente “¿Se estudia el tema T en la universidad U?”. El cuestionario nos permitió obtener dos probabilidades diferentes, una para el temario y otra para las universidades:

En el campo de los temas, nos informó, por medio del profesorado, del grado en que se explican dichos temas en las asignaturas de matemáticas en ADE y CAF.

En el campo de las universidades, nos permitió conocer la cantidad de temas explicados en cada una de ellas.

Las respuestas obtenidas nos han permitido establecer una correlación entre estos dos conceptos dada por la fórmula básica de la medida de Rasch: el cociente entre el número de veces que un tema T es estudiado en las universidades y el número de veces que no es estudiado. A partir de esta medida y utilizando técnicas estadísticas de ajuste, que pueden examinarse en la bibliografía mencionada, se obtuvo la tabla de correlación, que hemos denominado tabla básica, que incluimos en el apartado 2.2 y que constituye nuestra principal herramienta para la elaboración de las conclusiones.

2.1. Encuesta realizada

Se han estructurado las asignaturas de Matemáticas Empresariales por bloques, y dentro de cada bloque, por unidades didácticas y aquellas otras particiones que se han considerado necesarias. A partir de estos apartados o divisiones se han establecido 48 ítems y se ha elaborado el siguiente cuestionario que se ha pasado a los profesores de cada una de las universidades consideradas en el estudio:

Responde **Sí** o **No** a la pregunta, ¿impartes este tema a los alumnos que cursan la licenciatura de ADE en tu universidad?

1. Matrices y determinantes.
2. Espacios Vectoriales.
3. Aplicaciones Lineales.
4. Sistemas de Ecuaciones Lineales.
5. Diagonalización de endomorfismos. Semejanza y diagonalización de matrices.
6. El espacio euclídeo real. Productos escalares y normas. Diagonalización de matrices simétricas.
7. Formas cuadráticas
8. Nociones topológicas en $\mathbb{R}^n$.
9. Funciones de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$. Límites.
10. Continuidad.
11. Derivación de funciones.
12. Funciones diferenciables.
13. Derivadas sucesivas. Teorema de Taylor y aplicaciones.
14. Teoremas de la función inversa y de la función implícita.
15. Funciones homogéneas.
16. Óptimos de Campos escalares: Libres y restringidos
17. Series de numéricas de términos no negativos.
18. Series numéricas de términos positivos y negativos.
19. Sucesiones y series de funciones.
20. Series de potencias y series de Taylor.
21. Cálculo de primitivas.
22. La integral de Riemann.
23. La integral de Riemann-Stieltjes.
24. Integrales impropias.
25. Integrales Eulerianas.
26. La integral múltiple de Riemann.
27. Planteamiento general de la programación matemática.
28. Convexidad de conjuntos y funciones.
29. Programación sin restricciones.
30. Programación con restricciones de igualdad. Multiplicadores de Lagrange.
31. Programación con restricciones de desigualdad. Multiplicadores de Kuhn-Tucker.
32. Introducción a la programación lineal.
33. El algoritmo del simplex.
34. Dualidad en la programación lineal.
35. Programación lineal entera
36. Programación Multiobjetivo
37. Programación por Compromiso
38. Programación por Metas
39. Métodos Multicriterio Discretos
40. Introducción a la Teoría de Juegos.
41. Modelos dinámicos
42. Ecuaciones diferenciales. Ecuaciones ordinarias de primer orden.
43. Ecuaciones diferenciales lineales de orden n
44. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales
45. Ecuaciones lineales en diferencias.
46. Sistemas lineales de ecuaciones en diferencias.
47. Estabilidad de los Sistemas Dinámicos
48. Introducción a la Optimización Dinámica y Teoría del Control Óptimo.

Las universidades de las que hemos obtenido datos son las siguientes:

- | | |
|---|---|
| 1. Universidad de Alcalá de Henares (Madrid) | 26. Universidad Pública de Navarra |
| 2. Universidad de Alicante | 27. Universidad Rey Juan Carlos (Madrid) |
| 3. Universidad de Viena (Austria) | 28. Universidad de Salamanca |
| 4. Universidad Autónoma de Madrid | 29. Universidad de Santiago de Compostela |
| 5. Universidad de Baleares | 30. Universidad de Ulm (Alemania) |
| 6. Universidad de Barcelona | 31. Universidad de Valencia |
| 7. Universidad de Burgos | 32. Universidad de Zaragoza |
| 8. Universidad Carlos III (Madrid) | |
| 9. Universidad de Castilla La Mancha | |
| 10. Universidad de Córdoba | |
| 11. Universidad de Extremadura | |
| 12. Universidad de Gerona | |
| 13. Universidad de Gran Canaria | |
| 14. Universidad de Helsinki (Finlandia) | |
| 15. Universidad Internacional de Barcelona | |
| 16. Universidad de Jaén | |
| 17. Universidad Jaume I (Valencia) | |
| 18. Universidad de La Rioja | |
| 19. Universidad de León | |
| 20. Universidad Miguel Hernández (Elche Alicante) | |
| 21. Universidad Overta de Cataluña | |
| 22. Universidad de Oviedo | |
| 23. Universidad del País Vasco | |
| 24. Universidad Pompeu Fabra (Barcelona) | |
| 25. Universidad Privada de Navarra | |

2.2. Tabla básica

Universidades que más temas de matemáticas estudian		Temas más estudiados	
35	Universidad Complutense de Madrid Ulm (Alemania)	Mét. Multicr. Discretos / Prog. por compromiso Programación por metas	35
		Estabilidad sist. dinámicos Progr. multiobjetivo	
		Series pot. Taylor Introd. T. Juegos Int. R-S Sist. difer.	
40		Progr. Entera sist. diferenciales lin. Intr. Opt. Dinam Modelos dinámicos Sucesiones y series funciones	40
	Burgos		
	Alcalá	Integrales Eulerianas Series arbitrarias Planteamiento General Programación.	
45	Alicante Rey Juan Carlos (Madrid)	Ec Diferencias	45
	Salamanca	Ec dif orden n	
	Valencia	Simplex	
	Pública Navarra	Series términos positivos	
	Privada Navarra / Oviedo/ Extremadura	F. Implic Dualidad PL / Prog. Restricc. desigualdad.	
	Castilla La Mancha Autónoma Madrid Pompeu Fabra	Ec Dif orden 1 Integrales Impropias	
50		E euclideo Prod. Escalar Integrales Múltiples	50
	Barcelona	P G prog. Matem. F. Homogéneas Prog. Lin Topología	
	La Rioja	Convexidad	
	Córdoba	Deriv. Sucesivas y Taylor	
	Carlos III (Madrid) Santiago / País Vasco/ Gerona	Progr. Restr. igualdad	
	Baleares / Zaragoza	Apl. Lineales Proramación sin restricciones	
	Gran Canaria Helsinki (Finlandia) León	Optimización	
55			55
	Overta Cataluña		
	Jaume I (Valencia)		
	Miguel Hernández (Elche)	Continuidad Primitivas	
	Jaén	Diagonalización / Espacios vectoriales	
	Internacional Barcelona	Formas cuadráticas Integral Riemann Diferenciabilidad	60
60			
	Austria	Derivadas/ Funciones v.variables. / Límites /sist. Ec.L.	
65		Matrices / Determinantes	65

2.3. Conclusiones

2.3.1. Análisis de la parte de Álgebra Lineal

El estudio realizado, conforme se ve en la tabla básica (universidades-temas), muestra que, aunque la mayoría de los temas de la asignatura de Matemáticas Empresariales I son usados en casi todas las universidades, el orden en el que actualmente se dan debería ser reordenado. Por ejemplo, en álgebra lineal los temas de *matrices y determinantes* son utilizados en todas las universidades por lo que creemos exigen dos capítulos individualizados. El tema del *espacio euclídeo y producto escalar*, es el menos estudiado, aproximadamente sólo en el 50% de las universidades consideradas, por lo que debería situarse como último capítulo del álgebra lineal. Con estas consideraciones creemos que el syllabus adecuado al primer cuatrimestre de la asignatura Matemáticas Empresariales I habría de ser el siguiente:

LECCIÓN 1.- Matrices.

LECCION 2.- Determinantes.

LECCION 3. Sistemas de Ecuaciones Lineales.

LECCION 4. Espacios Vectoriales.

LECCION 5. Aplicaciones Lineales.

LECCION 6. Diagonalización de endomorfismos.

LECCION 7. Formas cuadráticas.

LECCION 8. El espacio euclídeo real.

2.3.2. Análisis de la parte de Cálculo Diferencial

El estudio realizado, según se ve en la tabla básica (universidades-temas), muestra que aunque se estudian todos los temas en casi todas las universidades consideradas el orden de los temas sí debe ser cambiado. Por ejemplo, el tema de funciones inversa e implícita es el menos estudiado por lo que creemos debería situarse en último lugar.

El syllabus que nosotros proponemos, de acuerdo a la tabla básica del proyecto que hemos realizado, sería el siguiente:

LECCION 9. Nociones topológicas en R^n .

LECCION 10. Funciones de R^n en R^m . Límites.

LECCION 11. Continuidad.

LECCION 12. Derivación de funciones.

LECCION 13. Funciones diferenciables.

LECCION 14. Derivadas sucesivas. Teorema de Taylor y aplicaciones.

LECCION 15. Óptimos de Campos escalares: Libres y restringidos.

LECCION 16. Funciones homogéneas.

LECCION 17. Teoremas de la función inversa y de la función implícita

2.3.3. Análisis de la parte de Series y Cálculo Integral

El estudio realizado muestra en la tabla básica (universidades–temas) que algunas de las lecciones del programa actual no son relevantes para los centros universitarios que hemos analizado. Por ejemplo, las series de potencias, la integral de Riemann Stieltjes, las sucesiones y series de funciones solo se estudian en las universidades del Ulm (Alemania) y en la Complutense de Madrid. Es destacable el caso de la Universidad de Austria que no utiliza ninguno de los temas de la asignatura objeto de análisis.

El syllabus que nosotros proponemos, de acuerdo a la tabla básica del proyecto que hemos realizado, sería el siguiente:

LECCIÓN 1. Sucesiones y series numéricas

LECCIÓN 2. Series de potencias

LECCIÓN 3. Primitivas

LECCIÓN 4. La integral de Riemann

LECCIÓN 5. Las integrales eulerianas gamma y beta

LECCIÓN 6. La integral doble. Métodos de cálculo

LECCIÓN 7. Introducción a los modelos económicos dinámicos en tiempo discreto y a las ecuaciones en diferencias

LECCIÓN 8. Introducción a los modelos económicos dinámicos en tiempo continuo y a las ecuaciones diferenciales

2.3.4. Análisis de la parte de Optimización Matemática

El estudio realizado conforme se ve en su tabla básica (universidades-temas), muestra que algunas de las lecciones del programa actual son usadas muy poco en las universidades que hemos analizado. Por ejemplo, la programación multiobjetivo, programación por compromiso y programación por metas los métodos multicriterio discretos y la introducción a la teoría de juegos son utilizadas únicamente en la Universidad Complutense de Madrid y en Ulm (Alemania). De acuerdo a esto consideramos que en la elaboración de un syllabus común para todas las universidades y para la convergencia europea estos temas deberían excluirse del temario como de hecho se hace ya en la mayor parte de las universidades. Esto no significa que

los temas anteriormente mencionados deban excluirse necesariamente del currículo docente sino que deberían introducirse en cursos de postgrado o doctorado ya que su importancia así lo exige.

El syllabus que nosotros proponemos, de acuerdo a la tabla básica del proyecto que hemos realizado, sería el siguiente:

LECCION 1. Planteamiento general de la programación matemática.

LECCION 2. Convexidad de conjuntos y funciones.

LECCION 3. Programación sin restricciones.

LECCION 4. Programación con restricciones de igualdad. Multiplicadores de Lagrange.

LECCIÓN 5. Programación con restricciones de desigualdad.

Multiplicadores de Kuhn-Tucker.

LECCION 6. Introducción a la programación lineal.

LECCION 7. El algoritmo del simplex.

LECCION 8. Dualidad en la programación lineal.

LECCIÓN 9. Programación lineal entera

2.3.5. Análisis de la parte de Sistemas Dinámicos

Según la tabla básica los temas de esta asignatura y su orden se encuentran bien estructurados salvo quizá las dos últimas lecciones que son impartidas en pocas universidades. No obstante tras preguntar a los profesores implicados en esta asignatura nos han informado que sólo dan una pequeña introducción por lo que puede dejarse en el syllabus y decidir sobre la marcha la amplitud de su docencia.

El syllabus que nosotros proponemos, de acuerdo a la tabla básica del proyecto que hemos realizado, sería el siguiente:

LECCIÓN 1. Modelos dinámicos

LECCIÓN 2. Ecuaciones diferenciales. Ecuaciones ordinarias de primer orden.

LECCIÓN 3. Ecuaciones diferenciales lineales de orden n

LECCIÓN 4. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales

LECCIÓN 5. Ecuaciones lineales en diferencias.

LECCIÓN 6. Sistemas lineales de ecuaciones en diferencias.

LECCIÓN 7. Estabilidad de los Sistemas Dinámicos

LECCIÓN 8. Introducción a la Optimización Dinámica y Teoría del Control Óptimo.

2.3.5. Syllabus de Matemáticas Empresariales en el grado de ADE

Debido al reajuste de créditos de las asignaturas de Matemáticas Empresariales I y II en el grado de ADE, que han pasado de 9 y 4,5 créditos respectivamente en licenciatura a 8 créditos ECTS cada una en el grado, nos hemos visto obligados a hacer una nueva reestructuración de las asignaturas dedicando Matemáticas Empresariales I esencialmente al estudio de funciones de una variable y Matemáticas Empresariales II al estudio de funciones de varias variables. La parte de álgebra lineal la hemos repartido entre las dos asignaturas. El syllabus propuesto es el siguiente:

Matemáticas Empresariales I:

1. Vectores, matrices y sistema lineales

Vectores de n componentes. Dependencia e independencia lineal

Matrices y determinantes

Sistemas de ecuaciones lineales

2. Sucesiones, límites y series.

Sucesiones de números reales.

Límites de sucesiones.

Introducción a la teoría de series.

Series de potencias.

3. Límites, continuidad y derivabilidad.

Límites de funciones de una variable.

Funciones continuas.

Derivadas de funciones de una variable.

Aproximación de funciones: Fórmula de Taylor.

Cálculo de límites.

4. Cálculo integral.

Integral indefinida: Cálculo de primitivas.

Integral definida: Regla de Barrow.

Las funciones Beta y Gamma de Euler

5. Ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias

Definiciones básicas.

Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

Ecuaciones diferenciales lineales de orden n .

Ecuaciones lineales en diferencias de primer orden.

Ecuaciones lineales en diferencias de orden n .

Matemáticas Empresariales II:

1 Cálculo en varias variables

- Funciones de varias variables. Curvas de nivel.
- Derivadas parciales: Vector gradiente y matriz hessiana. Funciones diferenciables.
- La regla de la cadena para funciones de varias variables.
- Derivación de funciones implícitas. Teorema de la función implícita.
- Funciones homogéneas. Teorema de Euler.

2 Óptimos de funciones de varias variables

- Diagonalización de matrices cuadradas. Autovalores y autovectores
- Estudio del signo de una forma cuadrática
- Óptimos libres o programas sin restricciones.
- Optimización con restricciones de igualdad. Método de los multiplicadores de Lagrange.

3 Cálculo integral de funciones de varias variables.

- Integrales múltiples. Teorema de Fubini.
- Integración en recintos.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HERAS A. y otros (2005). “Matemáticas Empresariales. Determinación de los contenidos docentes en la licenciatura de Administración y Dirección de Empresas”. Madrid: Editorial Complutense
- RASCH G. (1992). “Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests ”. Chicago: University of Chicago Press Estadística Española, 34, 129, pp. 61-92.
- TRISTÁN LÓPEZ A. (1998) “Análisis de Rasch para todos (Una guía simplificada para evaluadores educativos)”. Ed. Ceneval. México
- WRIGHT, P.D. and STONE, M. H. (1998) “Diseño de mejores pruebas”. Ed. Ceneval. México